

Interrogation du 20/03/2023

NOM Prénom :	/10
---------------------	------------

1. QCM. Une fonction f de classe \mathcal{C}^2 est convexe sur I lorsque (plusieurs réponses à cocher) : /3

- | | | |
|---|--|-----------|
| <input type="checkbox"/> f est croissante sur I | <input checked="" type="checkbox"/> $f''(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$ | |
| <input type="checkbox"/> f est décroissante sur I | <input type="checkbox"/> $f''(x) \leq 0$ pour tout $x \in I$ | 0,25 x 12 |
| <input checked="" type="checkbox"/> f' est croissante sur I | <input type="checkbox"/> \mathcal{C}_f est au dessus de ses cordes | |
| <input type="checkbox"/> f' est décroissante sur I | <input checked="" type="checkbox"/> \mathcal{C}_f est en dessous de ses cordes | |
| <input type="checkbox"/> $f'(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$ | <input checked="" type="checkbox"/> \mathcal{C}_f est au dessus de ses tangentes | |
| <input type="checkbox"/> $f'(x) \leq 0$ pour tout $x \in I$ | <input type="checkbox"/> \mathcal{C}_f est en dessous de ses tangentes | |

2. La fonction \ln est : convexe concave /1

3. La fonction \exp est : convexe concave /1

4. Démontrer que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 5y + 7z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . /5

0,5

i) $F \subset \mathbb{R}^3$

0,5

ii) $0_{\mathbb{R}^3} = (0, 0, 0) \in F$ car $3 \times 0 - 5 \times 0 + 7 \times 0 = 0$

iii) Soient $u = (x, y, z) \in F$
 $v = (x', y', z') \in F$
 $a, b \in \mathbb{R}$ } 0,5

$$au + bv = \left(\underbrace{ax + bx'}_x, \underbrace{ay + by'}_y, \underbrace{az + bz'}_z \right) \quad 1$$

$$\begin{aligned} 3x - 5y + 7z &= 3(ax + bx') - 5(ay + by') + 7(az + bz') \\ &= a \underbrace{(3x - 5y + 7z)}_{=0 \text{ car } u \in F} + b \underbrace{(3x' - 5y' + 7z')}_{=0 \text{ car } v \in F} \quad 1 \text{ calcul} \\ &= 0 \end{aligned}$$

0,5

Donc $au + bv \in F$. 0,5

Conclusion: F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . 0,5