Interrogation du 08/11/2021

NOM Prénom : **/10**

Cours

1. $\sum_{k=1}^{n} k = \dfrac{n(n+1)}{2}$ /1

2. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ /1

3. Pour $q \in \mathbb{R}$, $\sum_{k=0}^{n} q^k = \begin{cases} n+1 & \text{si } q = 1 \\ \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$ /2

4. $0! = \ldots 1 \ldots$ et pour $n \in \mathbb{N}^*$, $n! = \prod_{k=1}^{n} k = 1 \times 2 \times \cdots \times n.$ /1

Calculs

5. Calculer $S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\sqrt{k+1} - \sqrt{k}\right)$ /1

$S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{1}$ par télescopage

$S_n = \sqrt{n+1} - 1$

Tournez la page ➔

6. Calculer $T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{5 \times 2^k}{3^k}$ **/2**

$\frac{5 \times 2^k}{3^k} = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^k$ et $\left(5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^k\right)_{k \in \mathbb{N}}$ est géométrique

de raison $\frac{2}{3} \neq 1$, donc

$$T_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{10}{3} \times \frac{1 - (2/3)^n}{\frac{1}{3}}$$

$$T_n = 10\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$$

7. Calculer $W_n = \sum_{k=0}^{n} (3k - 5)$ **/2**

$(3k-5)_{k \in \mathbb{N}}$ est arithmétique de raison 3, donc

$$W_n = \frac{(3 \times 0 - 5) + (3n - 5)}{2} \times (n+1) = \frac{(3n-10)(n+1)}{2}.$$

<u>ou</u>

$$W_n = 3\sum_{k=0}^{n} k - \sum_{k=0}^{n} 5 \quad \text{par linéarité}$$

$$= 3\,\frac{n(n+1)}{2} - 5 \times (n+1)$$

$$= \frac{3n(n+1) - 10(n+1)}{2}$$

$$= \frac{(n+1)(3n-10)}{2}$$