

## Interrogation du 18/10/2021

NOM Prénom :

/10

1. Résoudre le système  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 4y = -3 \end{cases}$  d'inconnue  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

/4

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 4y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9y = 9 \\ x + 4y = -3 \end{cases} \quad L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x + 4y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions est  $\{(1, -1)\}$

Vérification :  $\begin{cases} 2 \times 1 - (-1) = 2 + 1 = 3 \\ 1 + 4 \times (-1) = 1 - 4 = -3 \end{cases}$  OK

2. Déterminer l'ensemble des solutions  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  du système  $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x + y - 2z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$  /6

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ (-3y + 6z = 0) \\ -y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L_2 &\leftarrow L_2 - 2L_1 & L_2 &= 3L_3 \\ L_3 &\leftarrow L_3 - L_1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -y + 2z = 0 \end{cases}$$

on a supprimé  $L_2$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3z = 0 \\ -y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3z \\ y = 2z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x, y, z) = (-3z, 2z, z)$$

avec  $z$  quelconque.

Donc l'ensemble des solutions est

$$\left\{ (-3z, 2z, z) \text{ avec } z \in \mathbb{R} \right\}.$$

Vérification : si  $z = 1$ , on a  $(-3, 2, 1)$  et

$$\begin{cases} -3 + 2 \times 2 - 1 = 0 \\ 2 \times (-3) + 2 + 4 \times 1 = 0 \\ -3 + 2 + 1 = 0 \end{cases}$$

OK.