

P14

RÉSOLUTION NUMÉRIQUES D'ÉQUATIONS

Dichotomie

Exercice 1 Écrire une fonction `resolution(f,a,b,epsilon)` qui renvoie une valeur approchée (par défaut, à ϵ près) de la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a, b]$, en suivant l'algorithme dichotomique du cours

Tester la resolution avec l'équation $x - 3 = 0$ sur $[1, 6]$ avec $\epsilon = 10^{-2}$.

Exercice 2

1. Définir une fonction appelée `f` et renvoyant $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ puis tracer sa courbe sur $[-10, 10]$.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.linspace(          )
y =

plt.plot(x,y)
plt.grid() # pour afficher une grille, cela facilite la lecture
plt.show()
```

On peut facilement montrer (exercice) que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans \mathbb{R} . On cherche une valeur approchée de celle-ci.

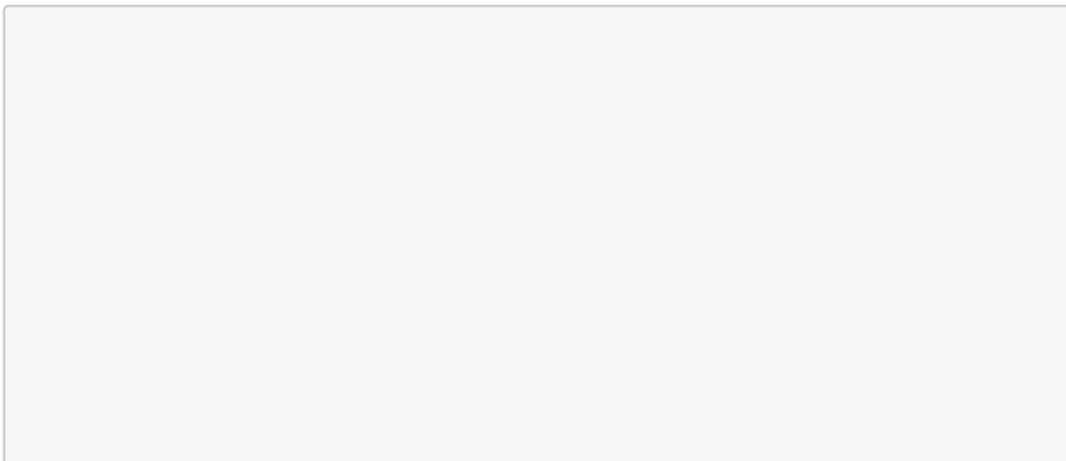
2. À l'aide du graphique, trouver un intervalle $[a, b]$ avec $f(a)$ et $f(b)$ de signes contraires.
3. Utiliser la fonction `resolution` pour trouver une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ avec $\epsilon = 10^{-3}$.

Exercice 3 En suivant la même méthode que dans l'exercice précédent, donner une valeur approchée de chacune des solutions de l'équation $x - \ln(x) = 2$.

Utilisation d'une suite récurrente

Exercice 4 On souhaite trouver une valeur approchée de $\sqrt{2}$, c'est-à-dire résoudre $x^2 = 2$ sur \mathbb{R}_+ . On note $h: x \mapsto \frac{1}{3} \left(2x + \frac{2}{x} \right)$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = h(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Écrire un programme qui permette d'afficher les 11 premiers termes de la suite (u_n) (donc de u_0 à u_{10}). Vérifier que (u_n) semble tendre vers $\sqrt{2}$.



2. On peut montrer (DM9) que Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \sqrt{2}| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

Écrire un programme qui affiche un entier $n \in \mathbb{N}$ tel que u_n soit une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à $\varepsilon = 10^{-4}$ près. On affichera également la valeur de u_n correspondante.

