

Programme de colle S9

14 au 18 novembre 2022

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

AN4 Sommes et produits Prérequis : suites réelles

1. **Définitions** : notations \sum , \prod . Factorielle.

2. **Règles de calcul**

- ▷ Propriétés générales. Nombre de termes. Linéarité de la somme.
- ▷ Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence. Changement d'indice simple ($\ell = k + 1$, $\ell = k - 2$ par exemple, *nous n'avons pas vu de changement d'indice miroir*). Télescopage.

3. **Exemples classiques à connaître absolument**

- ▷ $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.
- ▷ $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
- ▷ $\sum_{k=0}^n q^k$ (cas $q = 1$ et $q \neq 1$) et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q \neq 1$.

4. **Formule du binôme de Newton**

- ▷ Pour $k, n \in \mathbb{N}$, $\binom{n}{k} = 0$ si $k > n$ et $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ si $0 \leq k \leq n$.
- ▷ Propriétés : $\binom{k}{n} \in \mathbb{N}$, symétrie, formule de triangle de Pascal.
- ▷ Cas particuliers à connaître : $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$, $\binom{n}{1} = n$, $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$.
- ▷ Formule du binôme de Newton.

Méthodes du chapitre

- ▷ Manipuler la notation $n!$, simplifications (voir ADC).
- ▷ Reconnaître une somme usuelle et donner sa valeur.
- ▷ Démontrer la valeur d'une somme par récurrence.
- ▷ Calculer une somme télescopique.
- ▷ Questions classiques vues en TD :
 - Inégalités avec une somme (croissance de la somme).
 - Étudier la monotonie de (S_n) où $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.
- ▷ Former le triangle de Pascal (les premières lignes).
- ▷ Reconnaître et utiliser la formule du binôme.

AL2 Calcul matriciel (tout début)

1. Ensemble des matrices

- ▷ Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{R} . Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- ▷ Matrices particulières : matrice nulle $0_{n,p}$, matrice identité I_n , matrices diagonales, matrices triangulaires.

2. Opérations matricielles

- ▷ Addition, multiplication par un réel, combinaison linéaire.
- ▷ Produit matriciel.
- ▷ Transposée.

Méthodes du chapitre

- ▷ Réaliser un calcul matriciel : combinaison linéaire et/ou produit.

Info boucles for et while

1. Déjà vu : print, numpy, numpy.random (fonction randint), instruction if.
2. range, boucles for et while

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours.

- [Exemple du cours] Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq n$.

- [Démonstration] Énoncé puis démonstration de la valeur de $S_n = \sum_{k=1}^n k$ par récurrence.

- [Exemple du cours] Calculer $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ en utilisant un télescopage.

- [Informatique] Écrire un programme python calculant une somme de la forme $\sum_{k=p}^q u_k$, ou un

produit de la forme $\prod_{k=p}^q u_k$.

Exemples vu en cours : $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{k^2}$ et $n!$ (pour $n \in \mathbb{N}$ donné).