

Programme de colle S5

3 au 7 octobre 2022

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

Toujours au programme

1. Calculs, équations, inéquations
2. Fonctions usuelles : puissances, affines, second degré, inverse, racine carrée, ln, exp, puissances réelles, valeur absolue, partie entière.

Méthodes du chapitre

- ▷ Dresser le tableau de signe ou de variation d'une fonction affine.
- ▷ Dresser le tableau de signe ou de variation d'une fonction polynomiale du second degré.
- ▷ Manipuler des racines carrées, des exponentielles ou des logarithmes.
- ▷ Résoudre une (in)équation du type $|u(x)| = k$, $|u(x)| \leq k$, $|u(x)| \geq k$.
- ▷ Résoudre une équation du type $\lfloor u(x) \rfloor = k$.

AN2 Étude de fonctions (hors limites)

1. Opérations sur les fonctions

- ▷ somme, combinaison linéaire, produit, puissance constante, quotient, composée.

2. Ensemble de définition

3. Parité

- ▷ Définition, interprétation géométrique.

4. Calcul de dérivées

- ▷ Formules de dérivées usuelles.
- ▷ Dérivée d'une composée $v \circ u$.
- ▷ Avant tout calcul de dérivée, on cherchera sur quel ensemble la fonction est dérivable.

5. Étude des variations

- ▷ Fonctions (strictement) monotones. Utilisation de la stricte monotonie pour manipuler des inégalités.
- ▷ Utilisation de la dérivation.
- ▷ Exemples d'étude de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Pour tout $x > 0$, $\ln(x) \leq x$; pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x \geq x$.
- ▷ Dérivation et stricte monotonie.

Pas de calculs de limites !

6. Compléments

- ▷ Équation de la tangente à la courbe de f en une abscisse où f est dérivable.
- ▷ Définitions : fonction majorée, minorée, bornée. Maximum, minimum.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Justifier qu'une fonction **simple** est dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Démontrer que f est strictement croissante/décroissante sur un intervalle.
- ▷ Donner l'équation d'une tangente.
- ▷ Étudier la position relative de deux courbes.
- ▷ Résoudre graphiquement et par le calcul des (in)équations du type $f(x) \leq k$, $f(x) \geq k$, $f(x) = k$.

AL1 Systèmes linéaires**1. Généralités**

- ▷ Définition d'un système linéaire, solution, système homogène.
- ▷ Un système linéaire admet 0, 1 ou une infinité de solution.

2. Algorithme du pivot de Gauss

- ▷ Opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ ($i \neq j$).
- ▷ Exemples de résolutions de systèmes linéaires par pivot de Gauss.

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir résoudre un système linéaire (max 4 inconnues).
- ▷ Savoir écrire l'ensemble des solutions, notamment dans le cas où il y a une infinité de solutions.

Info Calculs, numpy et instruction if

1. Calculs simples en python : `+`, `-`, `*`, `/`, `**`
2. Définir une variable. Afficher une valeur avec `print`.
3. Charger la bibliothèque numpy (`import numpy as np`), fonctions usuelles : `np.exp`, `np.log`, `np.sqrt`
4. Bibliothèque `numpy.random` (`import numpy.random as rd`), fonctions `rd.random()` et `rd.randint(a,b)`
5. Instruction conditionnelle `if...elif...else`

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir résoudre un système linéaire (max 4 inconnues).
- ▷ Savoir écrire l'ensemble des solutions, notamment dans le cas où il y a une infinité de solutions.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Propriétés classiques des fonctions usuelles (ensemble de définition, de dérivabilité, variations, allure de la courbe, etc.).
- [Exemple du cours] Étudier les variations précises (stricte monotonie) de $f : x \mapsto x e^x$.
- [Démonstration] Démontrer, à partir du résultat « $\forall x > 0, \ln(x) \leq x$ », la propriété : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x$.
- [Informatique] On considère la fonction

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Écrire un programme python qui, étant donné un réel x , affiche la valeur de $f(x)$.

```
# x supposé donné
import numpy as np
if x <= 2:
    print(2*x-1)
else:
    print(np.log(x))
```

- [Informatique] Écrire un programme python qui, étant donnés trois réels $a \neq 0, b$ et c , calcule et affiche les solutions réelles de $ax^2 + bx + c = 0$.

```
# a,b,c supposé donnés
import numpy as np

Delta = b**2 - 4*a*c
if Delta > 0:
    x1 = (-b-np.sqrt(Delta))/(2*a)
    x2 = (-b+np.sqrt(Delta))/(2*a)
    print(x1,x2)
elif Delta == 0:
    x0 = -b/(2*a)
    print(x0)
else:
    print('Pas de solution')
```

- [Informatique] On considère une urne contenant 5 boules rouges et 7 boules jaunes. Écrire un programme python réalisant une simulation d'un tirage dans cette urne.

```
import numpy.random as rd
# on numérote les boules rouges 1 à 5 et les jaunes 6 à 12
alea = rd.randint(1,13) # entier aléatoire entre 1 et 12
if alea <= 5:
    print('Rouge')
else:
    print('Jaune')
```