

Programme de colle S4

26 au 30 septembre 2022

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

Calculs, équations, inéquations

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir mener un calcul avec des fractions, des puissances, des racines carrées.
- ▷ Manipuler des inégalités simples.
- ▷ Résoudre une (in)équation du premier degré, du second degré (dans \mathbb{R}).
- ▷ Résoudre une équation en factorisant. Résoudre une équation-quotient.
- ▷ Résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signe.

AN1 Fonctions usuelles

Pour toutes les fonctions usuelles il faut connaître : l'ensemble de définition, de dérivabilité, l'allure de la courbe, le tableau de variation (avec limites), le tableau de signe.

1. Fonctions puissance $n \in \mathbb{N}$. Définition d'une fonction polynomiale. Fonctions affines et du second degré.
2. Fonction inverse, définition d'une fonction rationnelle.
3. Fonction racine carrée.
4. Fonctions ln et exp. Propriétés algébriques.
5. Puissances réelles : pour $x > 0$ et $a \in \mathbb{R}$, x^a est défini par $x^a = \exp(x \ln(a))$.
Pour $x > 0$, $\sqrt{x} = x^{1/2}$.
L'étude générale des fonctions $x \mapsto x^a$ n'est pas à connaître, mais pourra faire l'objet d'un exercice (avec une puissance a donnée).
6. Valeur absolue. Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = |x|$.
7. Partie entière

Méthodes du chapitre

- ▷ Dresser le tableau de signe ou de variation d'une fonction affine.
- ▷ Dresser le tableau de signe ou de variation d'une fonction polynomiale du second degré.
- ▷ Manipuler les racines carrées.
- ▷ Réaliser un calcul avec des exponentielles ou des logarithmes.
- ▷ Résoudre une (in)équation du type $|u(x)| = k$, $|u(x)| \leq k$, $|u(x)| \geq k$.
- ▷ Résoudre une équation du type $[u(x)] = k$.

AN2 Étude de fonctions**1. Opérations sur les fonctions**

- ▷ somme, combinaison linéaire, produit, puissance constante, quotient, composée.

2. Ensemble de définition**3. Parité**

- ▷ Définition, interprétation géométrique.

4. Calcul de dérivées

- ▷ Formules de dérivées usuelles.
- ▷ Dérivée d'une composée $v \circ u$.
- ▷ Avant tout calcul de dérivée, on cherchera sur quel ensemble la fonction est dérivable.

5. Étude des variations

- ▷ Fonctions (strictement) monotones. Utilisation de la stricte monotonie pour manipuler des inégalités.
- ▷ Utilisation de la dérivation.
- ▷ Exemples d'étude de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Pour tout $x > 0$, $\ln(x) \leq x$; pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x \geq x$.
- ▷ Dérivation et stricte monotonie.

Pas de calculs de limites !**6. Compléments**

- ▷ Équation de la tangente à la courbe de f en une abscisse où f est dérivable.
- ▷ Définitions : fonction majorée, minorée, bornée. Maximum, minimum.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Justifier qu'une fonction **simple** est dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Démontrer que f est strictement croissante/décroissante sur un intervalle.
- ▷ Donner l'équation d'une tangente.
- ▷ Étudier la position relative de deux courbes.
- ▷ Résoudre graphiquement et par le calcul des (in)équations du type $f(x) \leq k$, $f(x) \geq k$, $f(x) = k$.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Propriétés classiques des fonctions usuelles (ensemble de définition, de dérivabilité, variations, allure de la courbe, etc.).
- [Exemple du cours] Donner l'expression de $|3 - 2x|$ sans valeur absolue.
- [ADC] Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \ln(4 - x^2)$ et étudier sa parité.
- [Exemple du cours] Résoudre l'inéquation $5 - \sqrt{x} > 0$.
- [Exemple du cours] Démontrer que pour tout réel $x > 0$, $\ln(x) \leq x$.
- [Exemple du cours] Étudier les variations précises (stricte monotonie) de $f : x \mapsto x e^x$.