

Programme de colle S31 et S32

29 mai au 9 juin 2023

Programme valable deux semaines

AN10 Intégrales

1. Primitives d'une fonction sur un intervalle

2. Intégrales sur un segment

- ▷ Pour f continue sur un intervalle I et $a, b \in I$, on définit $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f sur I .
- ▷ Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles.
- ▷ Croissance de l'intégrale.
- ▷ Théorème fondamental du calcul intégral : si f est continue sur I et que $a \in I$, alors $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f sur I qui s'annule en a .

3. Technique de calcul intégral

- ▷ Intégration par parties
- ▷ Changement de variable

Méthodes du chapitre

- ▷ Justifier l'existence d'une intégrale
- ▷ Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive
- ▷ Utiliser une intégration par parties ou un changement de variable (qui sera donné)
- ▷ Utiliser le théorème fondamental pour exprimer une primitive sous forme intégrale
- ▷ Encadrer une intégrale en utilisant la croissance de l'intégrale.

AL8 Dimension

1. Révisions : AL6 et AL7 (espaces vectoriels et applications linéaires)

2. Dimension d'un sous-espace vectoriel de R^n

- ▷ Définition, $\dim(\{0_{R^n}\}) = 0$, $\dim(R^n) = n$.
- ▷ Dimension et égalité de sous-espaces vectoriels
- ▷ Cardinal des familles libres, génératrices, bases
- ▷ Rang d'une famille de vecteurs.

3. Applications linéaires en dimension finie

- ▷ Rang d'une application linéaire.
- ▷ Théorème du rang.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer la dimension d'un sous-espace vectoriel
- ▷ Montrer que $F = G$ connaissant $\dim(F)$ et $\dim(G)$.
- ▷ Montrer qu'une famille est une base de \mathbb{R}^n en utilisant la dimension ($n = 2, 3, 4$).
- ▷ Déterminer une base de $\text{Im}(f)$ puis le rang de f .
- ▷ Déterminer la dimension de $\text{Ker}(f)$, en déduire $\text{rg}(f)$ (théorème du rang) puis une base de $\text{Im}(f)$.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours.
- [Exemple du cours] Soit $I = \int_1^3 \frac{e^{x^2}}{x} dx$. Montrer que $0 \leq I \leq 2e^9$.
- [Exemple du cours] Déterminer une primitive de $x \mapsto \ln(x)$ sur \mathbb{R}_+^*
- [Exemple du cours] On considère l'application linéaire $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$.
 $(x, y) \mapsto (2x - y, x + 5y)$
Déterminer $\text{Ker}(f)$ puis *en déduire*, à l'aide du théorème du rang, que f est bijective.

Dernier programme de colle.