

Programme de colle S19

6 au 10 février 2023

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

AN7 Continuité

1. Continuité

- ▷ Continuité en un point, sur un intervalle. Continuité à gauche, à droite.
- ▷ Opérations sur les fonctions continues. Composition.
- ▷ Prolongement par continuité en un point.

2. Théorème des valeurs intermédiaires

3. Bijectivité

- ▷ Fonctions réalisant une bijection de I sur J : définition, représentation graphique de la réciproque.
- ▷ Théorème de la bijection : Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on peut donner. La bijection réciproque associée est elle-même continue sur J et a le même sens de variation que f .
Formulation avec le terme « équation ».
Ce théorème donne et justifie la valeur de l'ensemble image $f(I)$.
- ▷ Exemples de suites implicites

Méthodes du chapitre

- ▷ **Étudier la continuité d'une fonction**, en particulier celles définies en plusieurs morceaux.
- ▷ Montrer qu'une fonction peut être prolongée par continuité en un point.
- ▷ Montrer qu'une fonction réalise une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J à déterminer.
- ▷ Dresser le tableau de variation de la réciproque associée.
- ▷ Montrer qu'une équation $f(x) = y$ (y constante donnée) admet une unique solution.

La colle sera aussi l'occasion de réviser l'étude de fonctions et de suites (récurrentes ou implicites)

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours. .

- [ADC1] Étudier la continuité de $g: [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} 3 & \text{si } x = 1 \\ \ln(x - 1) & \text{si } 1 < x < 2 \\ (x - 2)^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- [Exemple du cours] Montrer que l'équation $\frac{e^x}{x} = 4$ admet une unique solution dans $]0, 1[$.
(On a fait l'étude de $x \mapsto \frac{e^x}{x}$ sur \mathbb{R}^* , on peut raccourcir en ne faisant que l'étude sur $]0, 1[$.)
- [Exercice du cours]
 1. Montrer que $f : x \mapsto x + \ln(x)$ réalise une bijection de \mathbb{R}_+^* dans un intervalle à déterminer.
 2. Dresser le tableau de variation de la réciproque associée g .