

Programme de colle S12

12 au 16 décembre 2022

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

AN5 Limites de fonctions

1. Limite (éventuelle) d'une fonction en a

- ▷ Définitions (non exigibles). Unicité de la limite.
- ▷ Limites usuelles : fonctions usuelles (puissances, inverse, racine carrée, exp, ln, valeur absolue) ; croissances comparées et deux taux d'accroissement usuels (nouveau) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

Notion de taux d'accroissement général hors programme.

- ▷ Calcul de limites (opérations). Résolution de formes indéterminées.
- ▷ Utilisation de la parité.

2. Limites à gauche et à droite.

- ▷ Définition.
- ▷ Étude de la limite en a pour f définie en a ou non en séparant limite à gauche et limite à droite. Exemples de fonctions définies en plusieurs morceaux.

3. Théorèmes

- ▷ Passage à la limite dans une inégalité.
- ▷ Théorème d'encadrement, de majoration, de minoration.
- ▷ Cas des fonctions monotones.

Méthodes du chapitre

- ▷ Calculer une limite.
- ▷ Résoudre une forme indéterminée.
- ▷ Calculer une limite à gauche ou à droite.
- ▷ Étudier une limite pour une fonction définie en plusieurs morceaux.

AL3 Ensembles

Le but de ce chapitre est de revoir les notations ensemblistes et de rédiger proprement des raisonnements montrant $A \subset B$ ou $A = B$. On prendra des exemples tirés de l'analyse (résolution d'équations/inéquations), de la résolution de systèmes linéaires ou, en vue de préparer le second semestre, de l'algèbre linéaire dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 .

- ▷ Notations : $\in, \subset, \cap, \cup, A \setminus B, \bar{A}, A \times B, A^n$.
- ▷ Propriétés élémentaires des opérations. $\overline{A \cap B}, \overline{A \cup B}$.

Méthodes du chapitre

- ▷ Montrer que $A \subset B$.
- ▷ Montrer que $A = B$ par équivalences successives ou par double inclusion.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours.
- [Exemple du cours] Déterminer la limite de $f : x \mapsto \frac{\sqrt{4-x}-2}{x}$ en 0.
- [Exemple du cours] Démontrer la croissance comparée $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.
- [Exemple du cours] Déterminer $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - y + z = 1 \text{ et } x - 2y + z = 2\}$.
On soignera particulièrement la rédaction.
- [Exemple du cours] Montrer que $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x + 1\} = \{(a + 1, 3a + 4), a \in \mathbb{R}\}$.
On soignera particulièrement la rédaction.