Programme de colle S9

8 au 12 novembre 2021

AL1 Systèmes linéaires

1. **Généralités**
   - ▷ Définition d'un système linéaire, solution, système homogène.
   - ▷ Un système linéaire admet 0, 1 ou une infinité de solution.
2. **Algorithme du pivot de Gauss**
   - ▷ Opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ ($i \neq j$)).
   - ▷ Exemples de résolutions de systèmes linéaires par pivot de Gauss.

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir résoudre un système linéaire (max 4 inconnues).
- ▷ Savoir écrire l'ensemble des solutions, notamment dans le cas où il y a une infinité de solutions.

AN3 Sommes et produits

Prérequis : étude des suites réelles.

1. **Définitions** : notations $\sum$, $\prod$. Factorielle.
2. **Règles de calcul**
   - ▷ Propriétés générales. Nombre de termes.
   - ▷ Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence.
     Changement d'indice simple ($\ell = k+1$, $\ell = k-2$ par exemple, *nous n'avons pas vu de changement d'indice miroir*).
     Télescopage.
3. **Exemples classiques à connaître absolument**
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$ et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$ et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.

Note aux colleurs : pas de coefficient binomial ni de formule du binôme pour l'instant. Pas de somme double.

Méthodes du chapitre

- ▷ Manipuler la notation $n!$, simplifications (voir ADC).
- ▷ Reconnaître une somme usuelle et donner sa valeur.
- ▷ Démontrer la valeur d'une somme par récurrence.
- ▷ Calculer une somme télescopique.
- ▷ Questions classiques vues en TD :
  - Encadrer une somme (croissance de la somme).
  - Étudier la monotonie de (S_n) où $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k$.
    À partir de là, un exercice peut faire appel aux théorèmes de convergence vus dans le chapitre sur les suites.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Toute définition ou propriété du cours peut être demandée.
- (Exemple du cours) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leqslant \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \leqslant n$.
- Énoncé puis démonstration de la valeur de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$ par récurrence.
- Énoncé puis démonstration de la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$ pour tout $q \in \mathbb{R}$, en utilisant notamment un télescopage.