

Programme de colle S10

15 au 19 novembre 2021

AN3 Sommes et produits

Prérequis : étude des suites réelles.

1. **Définitions** : notations \sum , \prod . Factorielle.

2. **Règles de calcul**

- ▷ Propriétés générales. Nombre de termes.
- ▷ Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence. Changement d'indice simple ($\ell = k + 1$, $\ell = k - 2$ par exemple, *nous n'avons pas vu de changement d'indice miroir*).
Télescopage.

3. **Exemples classiques à connaître absolument**

- ▷ $\sum_{k=1}^n k$ et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.
- ▷ $\sum_{k=1}^n k^2$
- ▷ $\sum_{k=0}^n q^k$ et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.

Note aux colleurs : pas de coefficient binomial ni de formule du binôme pour l'instant. Pas de somme double.

Méthodes du chapitre

- ▷ Manipuler la notation $n!$, simplifications (voir ADC).
- ▷ Reconnaître une somme usuelle et donner sa valeur.
- ▷ Démontrer la valeur d'une somme par récurrence.
- ▷ Calculer une somme télescopique.
- ▷ Questions classiques vues en TD :
 - Encadrer une somme (croissance de la somme).
 - Étudier la monotonie de (S_n) où $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

À partir de là, un exercice peut faire appel aux théorèmes de convergence vus dans le chapitre sur les suites.

AL2 Calcul matriciel (tout début)

1. Ensemble des matrices

- ▷ Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{R} . Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- ▷ Matrices particulières : matrice nulle $0_{n,p}$, matrice identité I_n , matrices diagonales, matrices triangulaire.

2. Opérations matricielles

- ▷ Addition, multiplication par un réel, combinaison linéaire.
- ▷ Produit matriciel.

Méthodes du chapitre

- ▷ Réaliser un calcul matriciel : combinaison linéaire et/ou produit.

Info Boucles for et while

Le langage utilisé est python. Pas de input.

1. Déterminer le terme de rang n d'une suite récurrente d'ordre 1.
2. Déterminer le premier entier naturel n tel que ...
3. Calculer une somme ou un produit.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Toute définition ou propriété du cours peut être demandée.
- (Exemple du cours) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq n$.
- Énoncé puis démonstration de la valeur de $\sum_{k=1}^n k$ par récurrence.
- Énoncé puis démonstration de la valeur de $\sum_{k=0}^n q^k$ pour tout $q \in \mathbb{R}$, en utilisant notamment un télescopage.
- Définir en langage python la fonction factorielle.

```
def factorielle(n):
    p = 1
    for k in range(1, n+1) :
        p = p * k
    return p
```