Développements limités usuels en 0

Voici la liste des développements limités usuels, ainsi qu'une méthode pour retrouver rapidement le résultat.

Développement	Méthode
$\mathbf{e}^{\boldsymbol{x}} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + x^n\varepsilon(x)$	Taylor
$\mathbf{cos}\,(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; Re(\mathrm{e}^{ix})$
$\mathbf{sin}\,(\boldsymbol{x}) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; Im(\mathrm{e}^{ix})$
$\mathbf{ch}\,(\boldsymbol{x}) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; \frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2}$
$\mathbf{sh}\,(\boldsymbol{x}) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2}$
$\mathbf{tan}\,(\boldsymbol{x}) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + x^6\varepsilon(x)$	$= \; \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
$\mathbf{th}(\boldsymbol{x}) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + x^6\varepsilon(x)$	$= \; \frac{\mathrm{sh}(x)}{\mathrm{ch}(x)}$
$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - \boldsymbol{x}} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \cdots + x^n + x^n\varepsilon(x)$	suite géométrique
$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} + \boldsymbol{x}} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + \cdots + (-1)^n x^n + x^n\varepsilon(x)$	$= \; \frac{1}{1-(-x)}$
$\mathbf{ln}\,(\mathbf{1} - \boldsymbol{x}) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \cdots - \frac{x^n}{n} + x^n\varepsilon(x)$	$= \; -\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{1-t}$
$\mathbf{ln}\,(\mathbf{1} + \boldsymbol{x}) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + x^n\varepsilon(x)$	$= \; \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{1+t}$
$(\mathbf{1} + \boldsymbol{x})^{\boldsymbol{a}} = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{a(a-1)\ldots(a-n+1)}{n!}x^n + x^n\varepsilon(x)$	Taylor
$\sqrt{\mathbf{1} + \boldsymbol{x}} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n)}x^n + x^n\varepsilon(x)$	$= \; (1+x)^{1/2}$
$\sqrt[3]{\mathbf{1} + \boldsymbol{x}} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5}{81}x^3 + x^3\varepsilon(x)$	$= \; (1+x)^{1/3}$
$\mathbf{arctan}\,(\boldsymbol{x}) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{1+t^2}$
$\mathbf{argth}(\boldsymbol{x}) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + x^{2n}\varepsilon(x)$	$= \; \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{1-t^2}$

avec, à chaque fois, $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.