Contrôle continu numéro 1
Mardi 15 février
60 **minutes**

NOM et PRÉNOM : **GROUPE :** .

Les documents, les portables et la calculatrice sont interdits.
Ce contrôle comporte trois exercices.
Toutes les réponses devront être justifiées.

1. Soient $a = (1, 2, -4)$, $b = (2, -1, 3)$, $c = (1, 1, -3)$ et $d = (0, 1, -1)$ quatre éléments de l'espace vectoriel $\mathbf{R}^3$.
   (a) Montrer que $\{a,b,d\}$ est une base de $\mathbf{R}^3$.
   (b) Calculer les coordonnées de c dans la base $\{a,b,d\}$
   (c) Montrer que $\{a,c,d\}$ est un système lié.

2. Soient $u = (1, 2, 3)$, $v = (2, 3, 4)$, $w = (3, 3, 3)$ trois éléments de l'espace vectoriel $\mathbf{R}^3$.
   Soit F le sous-espace vectoriel de $\mathbf{R}^3$ engendré par $\{u,v,w\}$.
   Soit G=$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 | x - 2y + z = 0\}$.
   (a) i. Montrer que $\{u,v,w\}$ est un système lié.
       ii. Donner une base de F.
   (b) Montrer que G est un sous-espace vectoriel de $\mathbf{R}^3$ et en donner une base.
   (c) Montrer que F=G.
   (d) Donner un sous-espace vectoriel supplémentaire de F.

3. Discuter et résoudre suivant les valeurs du paramètre réel m le système d'inconnues réelles x, y, et z suivant :

$$\left\{\begin{array}{cccccc}
(m+2)x & -y & +(m+1)z & = & m \\
 & (m+1)y & -z & = & 1 \\
 & & m(m+2)z & = & m+2
\end{array}\right.$$