Interrogation du 14/12/2020

NOM Prénom :	**/10**

1. Donner la définition de « $f : I \to \mathbb{R}$ est dérivable en $a \in I$ ». **/1**

$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe et est réelle.

2. Soit $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x \geqslant 0 \\ e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \end{cases} \end{array}$ Étudier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}$. **/5**

* Sur $]0, +\infty[$, $f(x) = \sin(x)$ donc f est dérivable sur $]0, +\infty[$.

* Sur $]-\infty, 0[$, $f(x) = e^{1/x}$. Or $x \mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}_-^*$ et exp est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc f est dérivable sur $]-\infty, 0[$ par composée.

* <u>En 0</u>

Notons, pour $x \neq 0$, $\Delta_0(x) = \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \dfrac{f(x)}{x}$ car $f(0) = \sin(0) = 0$.

→ <u>si $x > 0$</u>, $\Delta_0(x) = \dfrac{\sin(x)}{x} \xrightarrow[x \to 0^+]{} 1$ par taux d'accroissement usuel

→ <u>si $x < 0$</u>, $\Delta_0(x) = \dfrac{e^{1/x}}{x}$. Posons $u = \frac{1}{x} \xrightarrow[x \to 0^-]{} -\infty$

$\Delta_0(x) = u e^u \xrightarrow[u \to -\infty]{} 0$ par croissance comparée.

$\lim\limits_{x \to 0^-} \Delta_0(x) = 0 \neq 1 = \lim\limits_{x \to 0^+} \Delta_0(x)$

donc f n'est pas dérivable en 0.

<u>Conclusion</u> : f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ uniquement.

Tournez la page ➔

Informatique

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \ln(n + u_n)$.

3. Écrire une **fonction** Scilab qui a pour variable d'entrée $n \in \mathbb{N}$ et qui renvoie la valeur de u_n. **/4**

```
function u = suite(n)
    u =0
    for k = 0 : n-1
        u = log ( k + u)
    end
endfunction.
```