Interrogation du 16/11/2020

NOM Prénom :	**/10**

Cours

1. Donner la définition de « f est continue en a ». **/1**

$$\lim_{\substack{x \to a \\ x \neq a}} f(x) = f(a)$$

2. Fonction Arctangente. Compléter les valeurs et le tableau de variation. **/3**

Arctan est définie sur ..$\mathbb{R}$.. Arctan(0) = ..0... Arctan(1) = .$\frac{\pi}{4}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
Arctan	$-\pi/2$ $\nearrow$	$\frac{\pi}{2}$

A.D.C.

3. Soit $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$. Étudier la continuité de f en 0 (uniquement en 0). **/2**

$$-\frac{1}{x^2} \xrightarrow[\substack{x \to 0 \\ x \neq 0}]{} -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \to -\infty} \exp(x) = 0$$

Donc par composée, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x \neq 0}} f(x) = 0 = f(0)$

Donc f est continue en 0.

4. Montrer que $g : x \mapsto \dfrac{1}{x} + x$ réalise une bijection de $]0, 1]$ sur un ensemble J à préciser. **/4**

* $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$

* Par somme, g est dérivable sur $]0,1]$

$\forall x \in]0,1]$, $g'(x) = -\dfrac{1}{x^2} + 1 = \dfrac{-1+x^2}{x^2}$.

$x^2 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $-1+x^2$

x	0		1
$g'(x)$	||	$-$	0
g	|| $+\infty$	$\searrow$	2

$g(1) = 1+1 = 2$

* sur $]0,1]$

→ g est continue (car dérivable)

→ g est strictement décroissante car $g'(x) \leq 0$

et $g'(x) = 0$ a un nombre fini de solutions

D'après le théorème de la bijection, g réalise une bijection de $]0,1]$ dans

$$J = \left[g(1), \lim_{x \to 0^+} g(x)\right[= [2, +\infty[.$$