

Interrogation du 05/10/2020

NOM Prénom :

/10

Cours

1. Que peut-on dire, selon la valeur du réel q , de la limite de la suite $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$?

/2

$$\cdot \text{ Si } q > 1, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$$

$$\cdot \text{ Si } q = 1, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$$

$$\cdot \text{ Si } -1 < q < 1, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$$

$$\cdot \text{ Si } q \leq -1, \quad (q^n) \text{ n'a pas de limite.}$$

Calculs

2. Déterminer le terme général de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ donnée par $u_0 = 10$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 8 - 3u_n$.

/3

$$\times \text{ Soit } x \in \mathbb{R}. \quad x = 8 - 3x \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\times \text{ Soit } n \in \mathbb{N}. \quad \text{On pose } v_n = u_n - 2.$$

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 2 \\ &= 8 - 3u_n - 2 \\ &= 6 - 3(v_n + 2) \\ &= -3v_n \end{aligned}$$

Donc (v_n) est géométrique de raison -3 et de 1^{er} terme

$$v_0 = u_0 - 2 = 8.$$

$$\times \text{ Ainsi, } \forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 8 \times (-3)^n$$

$$\text{ Or } u_n = v_n + 2, \text{ donc}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 2 + 8 \times (-3)^n$$

3. Simplifier au maximum les expressions suivantes pour $x > 0$. $B(x)$ sera donné sous la forme d'un quotient simplifié (on pensera à factoriser). /2

$$A(x) = \frac{x^2}{(\sqrt{x})^3}$$

$$= \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}}{\sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}}$$

$$= \sqrt{x}$$

$$B(x) = \frac{\frac{1}{x} - x}{2(1+x)}$$

$$= \frac{\frac{1-x^2}{x}}{2(1+x)}$$

$$= \frac{1-x^2}{x} \times \frac{1}{2(1+x)}$$

$$= \frac{1-x^2}{2x(1+x)}$$

$$= \frac{(1-x)(1+x)}{2x(1+x)}$$

$$= \frac{1-x}{2x}$$

Informatique

4. Écrire un programme Scilab qui demande de saisir un réel x puis affiche
$$\begin{cases} 5 & \text{si } x = -1 \\ 3x^2 - 5 & \text{si } x < -1. \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$
 /3

```
x = input('Saisir un réel x:')
```

```
if x == -1 then
```

```
    disp(5)
```

```
elseif x < -1 then
```

```
    disp(3*x^2 - 5)
```

```
else
```

```
    disp(sqrt(x+1))
```

```
end
```