Interrogation du 21/09/2020

NOM Prénom : **/10**

Cours

1. Donner la définition de « la fonction $f\colon \mathcal{D}_f \to \mathbb{R}$ est paire ». **/2**

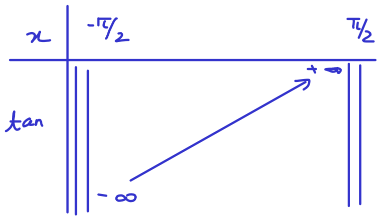
$*$ $\forall x \in \mathcal{D}f$, $-x \in \mathcal{D}f$

$*$ $\forall x \in \mathcal{D}f$, $f(-x) = f(x)$

2. Fonction tangente. **/2**

Expression : $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

Tableau de variation (avec les limites) sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.



3. Compléter la définition de la fonction valeur absolue : **/1**

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

4. Compléter. Pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, **/1**

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

Calculs

5. Calculer la dérivée de la fonction $g\colon x \mapsto \tan(8x + x^2)$. **/1**
On ne cherchera pas l'ensemble de dérivabilité de cette fonction.

$g(x) = \tan(u(x))$ avec $u(x) = 8x + x^2$

On a : $\tan'(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$ et $u'(x) = 8 + 2x$.

D'après la formule de dérivation d'une composée :

$g'(x) = u'(x) \times \tan'(u(x))$

⚠ ce n'est pas un produit mais une composée

$= (8 + 2x) \times \dfrac{1}{\cos^2(8x+x^2)} = \dfrac{8+2x}{\cos^2(8x+x^2)}$

Tournez la page →

Autre résultat possible : $g'(x) = (8+2x)\left(1 + \tan^2(8x+x^2)\right)$

Calculs

6. Simplifier au maximum les expressions suivantes. **/3**

$A(x) = \dfrac{\frac{3}{4}x}{9\sqrt{x}}$ pour $x > 0$.

x pas calculer 4×9, c'est inutile ici !

$$= \frac{3}{4}x \times \frac{1}{9\sqrt{x}} = \frac{\cancel{3} \times x}{4 \times \cancel{3} \times 3 \times \sqrt{x}} = \frac{x}{12\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{12}.$$

Pour simplifier $\frac{x}{\sqrt{x}}$, il y a plusieurs méthodes :

$$\frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{x \times \sqrt{x}}{\sqrt{x} \times \sqrt{x}} = \frac{x \times \sqrt{x}}{x} = \sqrt{x}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x}} = \frac{x^1}{x^{1/2}} = x^{1-1/2} = x^{1/2} = \sqrt{x}$$

$B = \dfrac{(3i)^3 + e^{i\pi}}{4i}$. *À donner sous forme algébrique.*

car $\frac{1}{i} = -i$ (vu en cours)

$$B = \frac{3^3 \times i^3 + (-1)}{4i} = \frac{27 \times (-i) - 1}{4i} = -\frac{27i}{4i} - \frac{1}{4i} = -\frac{27}{4} + \frac{1}{4}i$$

mettre devant le 1/4 simplifie les calculs !

ou : $$B = \frac{-27i - 1}{4i} = \frac{1}{4}\,\frac{(-27i-1)(-i)}{i \times (-i)} = \frac{1}{4}\,\frac{-27 + i}{1} = -\frac{27}{4} + \frac{i}{4}.$$

on regarde si on peut simplifier avant de calculer 27×4 !

ou : (- efficace)

$$B = \frac{-27i-1}{4i} = \frac{(-27i-1)(-4i)}{(4i)(-4i)} = \frac{-27 \times 4 + 4i}{4 \times 4} = -\frac{27 \times \cancel{4}}{4 \times \cancel{4}} + \frac{\cancel{4}i}{\cancel{4} \times 4} = -\frac{27}{4} + \frac{i}{4}.$$

$C = \ln(32) - \ln\left(\dfrac{2^5}{e}\right)$

$$C = \ln(32) - \left(\ln(2^5) - \ln(e)\right) = \cancel{\ln(32)} - \cancel{\ln(32)} + \overbrace{\ln(e)}^{=1} = 1$$

ou

$$C = \ln\left(\frac{32}{\frac{2^5}{e}}\right) = \ln\left(32 \times \frac{e}{2^5}\right) = \ln\left(32 \times \frac{e}{32}\right) = \ln(e) = 1$$