

## Programme de colle S8

2 au 6 novembre 2020

### AN2 Suites réelles (de nouveau)

#### 1. Raisonnement par récurrence (simple, double)

#### 2. Notion de suite

- ▷ Définition. Exemples de définition d'une suite : terme général explicite, par récurrence ou de manière implicite (avec le théorème de la bijection)
- ▷ Opérations.
- ▷ Étude qualitative : monotonie, suite majorée/minorée/bornée. Borne inférieure/supérieure. Maximum/minimum.

#### 3. Exemples classiques

- ▷ Suites arithmétiques et géométriques : relation de récurrence, terme général, monotonie.
- ▷ Suites arithmético-géométriques : définition, détermination du terme général.
- ▷ Suites vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients réels. Équation caractéristique. Terme général.

#### 4. Limite d'une suite réelle

- ▷ Suite convergeant vers un réel  $\ell$ . Suites divergentes. Suites divergentes tendant vers l'infini. Unicité de la limite.
- ▷ Opérations algébriques. Passage à la limite dans une inégalité.
- ▷ Théorème d'encadrement, d'existence de limite infinie par majoration/minoration.
- ▷ Théorème de la limite monotone.
- ▷ Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes.
- ▷ Exemples de suites extraites. Si  $(u_n)$  a une limite, toutes ses suites extraites ont la même limite (en particulier la suite  $(u_{n+1})$ ).
- ▷ Comparaisons des suites  $(n^a)$ ,  $(q^n)$ ,  $(\ln(n)^b)$ .

#### Méthodes du chapitre

- ▷ Rédiger un raisonnement par récurrence (simple ou double) ou par l'absurde.
- ▷ Étudier la monotonie d'une suite.
- ▷ Reconnaître/déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.
- ▷ Calculer des limites par opérations sur les limites usuelles.
- ▷ Suites récurrentes : l'étude sera guidée. Savoir utiliser le théorème de la limite monotone et, le cas échéant, calculer la limite.
- ▷ Démontrer que deux suites sont adjacentes.

**Note aux colleurs :** Évitez les suites implicites, nous n'avons pas encore fait d'exemple en cours.

## AL2 Sommes (et produits)

1. **Définitions** : notations  $\sum$ ,  $\prod$ . Factorielle.

2. **Règles de calcul**

- ▷ Propriétés générales. Nombre de termes.
- ▷ Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence. Changement d'indice. Télescopage.

3. **Exemples classiques à connaître**

▷  $\sum_{k=1}^n k$  et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

▷  $\sum_{k=1}^n k^2$

▷  $\sum_{k=0}^n q^k$  et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.

▷ Coefficients binomiaux. Propriétés, triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.

### Méthodes du chapitre

- ▷ Manipuler la notation  $n!$ , simplifications (voir ADC1).
- ▷ Démontrer la valeur d'une somme par récurrence, le résultat étant donné.
- ▷ Calculer une somme en reconnaissant une formule du cours.
- ▷ Reconnaître un télescopage.
- ▷ Utiliser un changement d'indice.
- ▷ Calculer efficacement  $(a + b)^n$  avec  $n$  petit.

### Info Instructions conditionnelles

1. Calculs de base ; Affichage avec `disp`, `input` ;
2. Instruction `if ... then ... end`, `if ... then ... elseif ... then ... else ... end`

### Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Énoncé d'une définition ou d'une propriété du cours.
- Énoncé et démonstration de la valeur de  $\sum_{k=1}^n k$  par récurrence.
- Énoncé et démonstration de la valeur de  $\sum_{k=0}^n q^k$ , en utilisant notamment un télescopage.
- Énoncé et démonstration de la formule du triangle de Pascal.
- Informatique : écrire un programme comportant une instruction conditionnelle.

Exemple fait en cours : valeur absolue

```
x = input('Saisir un réel x :')
if x >= 0 then
    disp(x , '|x| = ') //l'ordre d'affichage est inversé
else
    disp(-x , '|x| = ')
end
```