Programme de colle S7

12 au 16 octobre 2020

AN2 Suites réelles

1. **Raisonnement par récurrence** (simple, double)
2. **Notion de suite**
   - ▷ Définition. Exemples de définition d'une suite : terme général explicite, par récurrence ou de manière implicite (avec le théorème de la bijection)
   - ▷ Opérations.
   - ▷ Étude qualitative : monotonie, suite majorée/minorée/bornée. Borne inférieure/supérieure. Maximum/minimum.
3. **Exemples classiques**
   - ▷ Suites arithmétiques et géométriques : relation de récurrence, terme général, monotonie.
   - ▷ Suites arithmético-géométriques : définition, détermination du terme général.
   - ▷ Suites vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients réels. Équation caractéristique. Terme général.
4. **Limite d'une suite réelle**
   - ▷ Suite convergeant vers un réel ℓ. Suites divergentes. Suites divergentes tendant vers l'infini. Unicité de la limite.
   - ▷ Opérations algébriques. Passage à la limite dans une inégalité.
   - ▷ Théorème d'encadrement, d'existence de limite infinie par majoration/minoration.
   - ▷ Théorème de la limite monotone.
   - ▷ Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes.
   - ▷ Exemples de suites extraites. Si (u_n) a une limite, toutes ses suites extraites ont la même limite (en particulier la suite (u_{n+1})).
   - ▷ Comparaisons des suites (n^a), (q^n), $(\ln(n)^b)$.

Méthodes du chapitre

- ▷ Rédiger un raisonnement par récurrence (simple ou double) ou par l'absurde.
- ▷ Étudier la monotonie d'une suite.
- ▷ Reconnaître/déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.
- ▷ Calculer des limites par opérations sur les limites usuelles.
- ▷ Suites récurrentes : l'étude sera guidée. Savoir utiliser le théorème de la limite monotone et, le cas échéant, calculer la limite.
- ▷ Démontrer que deux suites sont adjacentes.

Note aux colleurs *: Évitez les suites implicites, nous n'avons pas encore fait d'exemple en cours.*

AL2 Sommes (et produits)

1. **Définitions** *: notations* $\sum$, $\prod$. *Factorielle.*
2. **Règles de calcul**
   - ▷ *Propriétés générales. Nombre de termes.*
   - ▷ *Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence. Changement d'indice. Télescopage.*
3. **Exemples classiques à connaître**
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$ *et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique*
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$
   - ▷ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$ *et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.*
   - ▷ *Coefficients binomiaux. Propriétés, triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.*

Méthodes du chapitre

- ▷ *Manipuler la notation* $n!$*, simplifications (voir ADC1).*
- ▷ *Démontrer la valeur d'une somme par récurrence, le résultat étant donné.*
- ▷ *Calculer une somme en reconnaissant une formule du cours.*
- ▷ *Reconnaître un télescopage.*
- ▷ *Utiliser un changement d'indice.*
- ▷ *Calculer efficacement* $(a+b)^n$ *avec* n *petit.*

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- **Calcul**. *Un calcul sera posé pendant la colle (simplification, calcul littéral, fractions, puissances, dérivées, ...tout est possible).*
- *Énoncé d'une définition ou d'une propriété du cours.*
- *(Exemple du cours). Soit* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *la suite réelle telle que* $u_0 = 2$, $u_1 = 3$ *et, pour tout* $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$. *Démontrer par* ***récurrence double*** *que :* $\forall n \in \mathbb{N},\quad u_n = 1 + 2^n$.
- *(Exemple du TD) : étudier la limite de la suite* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *où* $u_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^n$.
- *Énoncé et démonstration de la valeur de* $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$ *par récurrence.*
- *Énoncé et démonstration de la valeur de* $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$*, en utilisant notamment un télescopage.*