Programme de colle S5

28 septembre au 2 octobre 2020

AN1 Étude de fonctions (encore)

1. **Étude de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles**
   - ▷ Vocabulaire : fonction, image, antécédent, courbe représentative
   - ▷ Domaine de définition. Parité, périodicité.
   - ▷ Limites et droites asymptotes.
   - ▷ Fonctions monotones ; utilisation de la dérivation ; tangentes ; dérivée d'une fonction composée.
   - ▷ Fonctions majorées / minorées / bornées. Maximum/minimum
2. **Fonctions usuelles**
   - ▷ Fonctions puissance. Définition d'une fonction polynomiale. Fonctions du second degré.
   - ▷ Fonction inverse, définition d'une fonction rationnelle.
   - ▷ Fonctions ln, exp, cos, sin, tan, racine carrée, valeur absolue, partie entière.
   - ▷ Croissances comparées, limites usuelles obtenues avec un taux d'accroissement.
   - ▷ Trigonométrie (formules $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, etc.)
3. **Équations - inéquations**
   - ▷ Utilisation des variations pour transformer une inégalité.
   - ▷ Théorème de la bijection.
   - ▷ Équations et inéquations avec la valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Étudier une fonction.
- ▷ Déterminer l'équation d'une tangente à une courbe.
- ▷ Étudier la postion relative de deux courbes.
- ▷ Lire les extrema éventuels sur un tableau de variation.
- ▷ Résoudre une équation/inéquation : directement, en utilisation les variations d'une fonction, en étudiant une fonction, etc.
- ▷ Résoudre des inéquations simples avec la valeur absolue.
- ▷ Traduire une partie entière en un encadrement.

AL1 Nombres complexes

1. **Nombres complexes**

    ▷ Forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire, addition, multiplication, produit, quotient. Conjugué.

2. **Module et arguments**

    ▷ Interprétation géométrique : plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.

    ▷ Module d'un nombre complexe. Propriétés. Inégalité triangulaire.

    ▷ Nombres complexes de module 1, forme trigonométrique, écriture $\mathrm{e}^{i\theta}$ ($\theta \in \mathbb{R}$). Formules de Moivre et d'Euler. Application : linéarisation d'expressions trigonométriques.

    ▷ Argument d'un nombre complexe non nul. Formes trigonométrique et exponentielle.

$$\forall r, r' > 0, \quad \theta, \theta' \in \mathbb{R}, \quad r\,\mathrm{e}^{i\theta} = r'\,\mathrm{e}^{i\theta'} \Leftrightarrow \begin{cases} r = r' \\ \exists k \in \mathbb{Z}, \quad \theta = \theta' + 2k\pi \end{cases}$$

    ▷ Exemples de résolutions d'équations en utilisant la forme exponentielle : $z^2 = \alpha$, $z^n = 1$. *On ne cherche pas à déterminer le nombre de solutions de ces équations.*

Méthodes du chapitre

▷ Écrire un nombre complexes sous plusieurs formes.

▷ Linéariser une expression trigonométrique.

▷ Résoudre des équations simples dans $\mathbb{C}$. En particuler, les équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{R}$ et les cas où se ramène à identifier la partie réelle et la partie imaginaire.

▷ Résoudre une équation du type $z^n = \alpha$, avec α sous forme exponentielle.
Note aux colleurs : la méthode résolution de $z^2 = \alpha$ sous forme algébrique n'est pas connue des étudiants.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- **Calcul**. Un calcul sera posé en début de colle (simplification, calcul littéral, fractions, puissances, dérivées, ...tout est possible).
- Énoncé d'une définition ou d'une propriété du cours.
- (Exercice fait en cours)
    1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $\mathrm{e}^x \geqslant \dfrac{x^2}{2}$.
    2. En déduire que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$ (démonstration de la croissance comparée).
- Linéarisation de $\cos^2(x)$ et $\sin^2(x)$ (méthode au choix de l'étudiant).
- Linéarisation de $\cos^3(x)$ (avec la formule d'Euler).
- Résolution de $z^n = 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ quelconque ou précisé (au choix de l'interrogateur – nous avons traité le cas $n = 3$ et le cas général en cours).
Remarque : pas de discussion sur le nombre de solutions de cette équation.