

## Programme de colle S4

21 au 25 septembre 2020

*La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).*

### AN1 Étude de fonctions

#### 1. Étude de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

- ▷ Vocabulaire : fonction, image, antécédent, courbe représentative
- ▷ Domaine de définition. Parité, périodicité.
- ▷ Limites et droites asymptotes.
- ▷ Fonctions monotones ; utilisation de la dérivation ; tangentes ; dérivée d'une fonction composée.
- ▷ Fonctions majorées / minorées / bornées. Maximum/minimum

#### 2. Fonctions usuelles

- ▷ Fonctions puissance. Définition d'une fonction polynomiale. Fonctions du second degré.
- ▷ Fonction inverse, définition d'une fonction rationnelle.
- ▷ Fonctions ln, exp, cos, sin, tan, racine carrée, valeur absolue, partie entière.
- ▷ Croissances comparées, limites usuelles obtenues avec un taux d'accroissement.
- ▷ Trigonométrie (formules  $\cos(a + b)$ ,  $\sin(a + b)$ , etc.)

#### 3. Équations - inéquations

- ▷ Utilisation des variations pour transformer une inégalité.
- ▷ Théorème de la bijection.
- ▷ Équations et inéquations avec la valeur absolue. Inégalité triangulaire.

#### Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type  $x \mapsto u(x)^{v(x)}$  (puissance variable).
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Montrer qu'une fonction est périodique.
- ▷ Calculer une limite. Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe.  
**Note aux colleurs : pour les asymptotes obliques, l'équation de la droite sera donnée.**
- ▷ Justifier qu'une fonction **simple** est continue/dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Déterminer l'équation d'une tangente à une courbe.
- ▷ Étudier la position relative de deux courbes.
- ▷ Lire les extrema éventuels sur un tableau de variation.

**Méthodes du chapitre**

- ▷ Résoudre une équation/inéquation : directement, en utilisant les variations d'une fonction, en étudiant une fonction, etc.
- ▷ Résoudre des inéquations simples avec la valeur absolue.
- ▷ Traduire une partie entière en un encadrement.

**Questions de cours**

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Propriétés classiques des fonctions usuelles (ensemble de définition, de continuité, de dérivabilité, variations, limites, parité, allure de la courbe, etc.).
- Formules de trigonométrie ( $\cos(a + b)$ ,  $\sin(a + b)$ , etc.)
- (Exemple du cours) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g : x \mapsto (2 + x)^x$ .
- (Exemple du cours) Montrer que la fonction  $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$  est impaire. On déterminera notamment son ensemble de définition.
- (Exemple du cours)

1. Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}_+$ ,  $e^x \geq \frac{x^2}{2}$ .

2. En déduire que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$  (démonstration de la croissance comparée).