



Programme de colle des semaines 13 et 14

7 au 18 décembre 2020



PB1 Probabilité sur un univers fini

À revoir aussi : Sommes et produits (en particulier : les coefficients binomiaux, factorielle, etc.), ainsi que les suites usuelles.

1. Avant-propos : Exemples de dénombrements

- ▷ Cardinal d'un ensemble fini. Cardinal d'une union disjointe, d'une union, de $A \setminus B$ avec $B \subset A$, de \bar{A} .
- ▷ Nombre de p -listes de E , nombre de p -listes sans répétition, permutations.
- ▷ Combinaisons : nombre de parties à p éléments de E .

2. Univers - Événements

- ▷ Univers Ω (fini non vide). Événements. Opérations, événements incompatibles.
- ▷ Système complet d'événements : une famille finie d'événements (A_1, \dots, A_n) est un système complet si elle vérifie les conditions deux suivantes :

$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket, \quad i \neq j, \quad A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{et} \quad \bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$$

3. Notion de Probabilité

- ▷ Définition d'une probabilité : Une probabilité est une application de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0, 1]$ et vérifiant $P(\Omega) = 1$ et $\forall (A, B) \in \mathcal{P}(\Omega)^2$ incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (P est additive).
- ▷ Propriétés : probabilité d'une union d'événements deux à deux incompatibles. Si (A_1, \dots, A_n) est un système complet d'événements, $\sum_{k=1}^n P(A_k) = 1$. Formules donnant : $P(\bar{A})$, $P(A \setminus B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cup B \cup C)$. Calcul de $P(A)$ comme somme des probabilités des événements élémentaires composant A .
- ▷ Cas de l'équiprobabilité : **probabilité uniforme**.

4. Probabilités conditionnelles

- ▷ Définition. Notation P_A .
- ▷ Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes.

5. Indépendance

- ▷ Indépendance de deux événements. Si $P(A) \neq 0$, A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
- ▷ Indépendance mutuelle de n événements. Si n événements A_1, \dots, A_n sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements B_i , avec $B_i = A_i$ ou \bar{A}_i .

Méthodes du chapitre

- ▷ Justifier et rédiger un calcul de probabilité, dans le cadre d'une **probabilité uniforme** sur Ω :
 - reconnaître une situation d'équiprobabilité ;
 - préciser l'univers Ω et son cardinal ;
 - tout calcul de cardinal (dénombrement) sera justifié précisément.
- ▷ Justifier un calcul de probabilité : donner un nom aux événements, citer la formule avant de passer à l'application numérique.

Info Fonctions

1. Déjà vu : +, -, *, /, ^, sqrt, exp, log, cos, sin, %e, %pi, input, disp, if
2. Boucles : for et while.
3. Nouveau : définir une fonction

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Définition d'un système complet d'événements.
- Définition d'une probabilité.
- Définition de la probabilité uniforme. Dans quel cas s'applique-t-elle ?
- Définition de la probabilité conditionnelle sachant B .
- Énoncer la formule des probabilités composées.
- Énoncer la formule des probabilités totales.
- Énoncer la formule de Bayes.
- Définition de l'indépendance de deux événements.

- Informatique : définir une fonction en Scilab.
Exemple vu en classe : fonction factorielle.