

DEVOIR MAISON 2

À rendre le mardi 29 septembre 2020

Exercice 1

On considère la fonction $f : x \mapsto 2x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- (a) Justifier que la droite D d'équation $y = 2x - 1$ est asymptote à \mathcal{C}_f .
(b) Étudier la position relative de D et \mathcal{C}_f .
- Étudier les variations de f , en répondant le plus précisément possible.
- (a) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$, en justifiant rigoureusement.
(b) Justifier que l'une d'elles appartient à l'intervalle $\left] \frac{1}{2}, 1 \right[$.

Exercice 2

- Démontrer que pour tout $x \in [-\pi, \pi]$, $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos(x) \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$.
- En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}$.