

PROGRAMME DE COLLE S14

17 AU 21 DÉCEMBRE 2018

AN4 Dérivation

Prérequis : Étude de fonctions, fonctions usuelles, limites, continuité.

1. **Nombre dérivée, fonction dérivée** : Définition, taux d'accroissement. Dérivée à gauche et à droite. Si f est dérivable en a , alors f est continue en a
2. **Opérations** : dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.
3. **Interprétation graphique** : Définition de la tangente, équation, cas d'une tangente verticale.
4. **Théorème de dérivabilité d'une bijection réciproque**. Fonction Arctan. Dérivée de Arctan.
5. **Résultats importants**
 - ▷ Théorème de Rolle. Interprétation graphique.
 - ▷ Théorème (ou égalité) des accroissements finis. Interprétation graphique. Inégalité des accroissements finis.
 - ▷ Caractérisation des fonctions constantes et monotones
 - ▷ Théorème de la limite de la dérivée : Si f est dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et continue sur I et si f' possède en a une limite ℓ en a , alors le taux d'accroissement de f en a admet pour limite ℓ .

Compétences attendues

- ▷ Montrer qu'une fonction est continue en a /prolongeable par continuité en a .
- ▷ Connaître les ensembles de dérivabilité (et les dérivées) des fonctions usuelles (dont Arctan).
- ▷ Déterminer le domaine de dérivabilité d'une fonction et calculer sa dérivée.
- ▷ Étudier les variations d'une fonction.
- ▷ Étudier la dérivabilité d'une réciproque et calculer sa dérivée. Prérequis : théorème de la bijection.

AL5 Systèmes linéaires et calcul matriciel

1. Résolution d'un système linéaire

- ▷ Opérations élémentaires. Méthode du pivot de Gauss.

2. Matrices

- ▷ Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .
- ▷ Opérations dans $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$: Addition, multiplication par un scalaire, combinaison linéaire. Produit matriciel. Transposée d'une matrice. Transposée d'un produit. Notation tA .

3. Matrices carrées

- ▷ Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées d'ordre n à coefficients dans \mathbb{K} . Matrices triangulaires, diagonales, symétriques, antisymétriques. Produit de deux matrices diagonales/triangulaires supérieures/triangulaires inférieures.
- ▷ Puissances d'une matrice carrée. Formule du binôme de Newton. Cas des matrices diagonales.

Compétences attendues

- ▷ Résoudre un système linéaire. Écrire l'ensemble des solutions.
- ▷ Réaliser un calcul matriciel. Savoir si un produit AB est défini et si oui, prévoir sa taille.
- ▷ Calculer les puissances d'une matrice carrée : à la main pour les petites puissances; par récurrence; avec la formule du binôme de Newton. Savoir donner les puissances d'une matrice diagonale.

Info Fonctions

- ▷ Déjà vu : `input`, `disp`, instructions `if`, boucles `for` et `while`.
- ▷ Définir une fonction en langage Scilab.

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Énoncer précisément (avec les hypothèses) l'un des théorèmes suivants : Théorème de Rolle; Égalité des accroissements finis; Inégalité des accroissements finis.
- Justifier que $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $]0, +\infty[$ (avec calcul de la dérivée) mais pas en 0.
- Démontrer que si f est dérivable en a , alors f est continue en a mais que la réciproque est fautive (exemple de la fonction valeur absolue).
- Informatique : Définir la fonction `factorielle(n)` renvoyant $n!$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Rappel des chapitres déjà vus

AN1 : Étude de fonctions
AN2 : Suites réelles
AN3 : Limites et continuité
AN4 : Dérivation

AL1 : Nombres complexes
AL2 : Sommes et produits
AL3 : Polynômes
AL4 : Ensemble et applications
AL5 : Systèmes et matrices

PB1 : Probabilités sur un univers fini.