PROGRAMME DE COLLE S13

10 AU 14 DÉCEMBRE 2018

PB1 Probabilités sur un univers fini

À réviser : Sommes et produits (en particulier : les coefficients binomiaux, factorielle, etc.).

1. **Dénombrement**
2. **Univers - Événements**
3. **Notion de Probabilité**
   - ▷ Définition d'une probabilitéUne probabilité est une application de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ et vérifiant $P(\Omega)=1$ et $\forall (A,B)\in\mathscr{P}(\Omega)^2$ incompatibles, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ (P est additive).
   - ▷ Propriétés : probabilité d'une union d'événements deux à deux incompatibles. Si $(A_1,\dots,A_n)$ est un système complets d'événements, $\sum_{k=1}^{n} P(A_k)=1$. Formules donnant : $P(\overline{A})$, $P(A\setminus B)$, $P(A\cup B)$, $P(A\cup B\cup C)$. Calcul de $P(A)$ comme somme des probabilités des événements élémentaires composant A.
   - ▷ Une probabilité P est entièrement déterminée par la donnée des probabilités des événements élémentaires. Cas de l'équiprobabilité : **probabilité uniforme**.
4. **Probabilités conditionnelles**
   - ▷ Définition. Notation P_A.
   - ▷ Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes.
5. **Indépendance**
   - ▷ Indépendance de deux événements. Si $P(A)\neq 0$, A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B)=P(B)$.
   - ▷ Indépendance mutuelle de n événements. Si n événements A_1, ..., A_n sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements B_i, avec $B_i=A_i$ ou $\overline{A_i}$.

Compétences attendues

- ▷ Reconnaître une situation type de dénombrement (dénombrement de listes, de listes sans répétition ou de combinaisons) ;
- ▷ Réaliser et rédiger un calcul de dénombrement.
- ▷ Justifier et rédiger un calcul de probabilité :
  - – On donnera un nom aux événements ;
  - – On citera précisément les résultats du cours utilisés, sans oublier de vérifier les hyptohèses ; on donne toujours la formule avant de passer à l'application numérique ;
  - – Dans le cas d'une probabilité uniforme, on précisera l'univers Ω et son cardinal. Tout calcul de cardinal (dénombrement) sera justifié précisément.

AN4 Dérivation

Prérequis : Étude de fonctions, fonctions usuelles, limites, continuité.

1. **Nombre dérivée, fonction dérivée** : Définition, taux d'accroissement. Dérivée à gauche et à droite. Si f est dérivable en a, alors f est continue en a
2. **Opérations** : dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.
3. **Interprétation graphique :** Définition de la tangente, équation, cas d'une tangente verticale.
4. **Théorème de dérivabilité d'une bijection réciproque.** Exemple de la fonction Arctan. Dérivée de Arctan.
5. **Résultats importants**
   - ▹ Théorème de Rolle. Interprétation graphique.
   - ▹ Théorème (ou égalité) des accroissements finis. Interprétation graphique. Inégalité des accroissements finis.
   - ▹ Caractérisation des fonctions constantes et monotones
   - ▹ Théorème de la limite de la dérivée : Si f est dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et continue sur I et si f' possède en a une limite ℓ en a, alors le taux d'accroissement de f en a admet pour limite ℓ.

Compétences attendues

- ▹ Connaître les ensembles de dérivabilité (et les dérivées) des fonctions usuelles (dont Arctan).
- ▹ Déterminer le domaine de dérivabilité d'une fonction et calculer sa dérivée.
- ▹ Étudier les variations d'une fonction.
- ▹ Étudier la dérivabilité d'une réciproque et calculer sa dérivée. Prérequis : théorème de la bijection.

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Énoncer précisément (avec les hypothèses) l'une des trois formules : Formule des probabilités composées ; Formule des probabilités totales ; Formule de Bayes.
- Énoncer précisément (avec les hypothèses) l'un des théorèmes suivants : Théorème de Rolle ; Égalité des accroissements finis ; Inégalité des accroissements finis.
- Justifier que $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $]0,+\infty[$ (avec calcul de la dérivée) mais pas en 0.
- Démontrer que si f est dérivable en a, alors f est continue en a mais que la réciproque est fausse (exemple de la fonction valeur absolue).

Rappel des chapitres déjà vus

AN1 : Étude de fonctions	AL1 : Nombres complexes	PB1 : Probabilités sur un univers fini.
AN2 : Suites réelles	AL2 : Sommes et produits	
AN3 : Limites et continuité	AL3 : Polynômes	
AN4 : Dérivation	AL4 : Ensemble et applications	