PROGRAMME DE COLLE S12

3 AU 7 DÉCEMBRE 2018

PB1 Probabilités sur un univers fini

À réviser : Sommes et produits (en particulier : les coefficients binomiaux, factorielle, etc.).

1. **Dénombrement**

   ▹ Cardinal d'un ensemble fini. Cardinal d'une union disjointe, d'une union, de $A \backslash B$ avec $B \subset A$, de $\bar{A}$. Cardinal d'un produit cartésien.

   ▹ Nombre de p-listes de E.

   ▹ Nombre de p-listes sans répétition de E. Cas particulier : permutations de E.

   ▹ Nombre de parties à p éléments de E. $\text{Card}(\mathscr{P}(E)) = 2^{\text{Card}(E)}$.

2. **Univers - Événements**

   ▹ Univers Ω (fini non vide). Événements. Opérations, événements incompatibles.

   ▹ Système complet d'événements : une famille finie d'événements $(A_1, \ldots, A_n)$ est un système complet si elle vérifie les conditions deux suivantes :
   $\forall (i,j) \in [\![1,n]\!],\ \ i \neq j,\ \ A_i \cap A_j = \emptyset \quad$ et $\quad \bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = \Omega$

3. **Notion de Probabilité**

   ▹ Définition d'une probabilitéUne probabilité est une application de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ et vérifiant $P(\Omega) = 1$ et $\forall (A,B) \in \mathscr{P}(\Omega)^2$ incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (P est additive).

   ▹ Propriétés : probabilité d'une union d'événements deux à deux incompatibles. Si $(A_1, \ldots, A_n)$ est un système complets d'événements, $\sum\limits_{k=1}^{n} P(A_k) = 1$. Formules donnant : $P(\overline{A})$, $P(A \setminus B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cup B \cup C)$. Calcul de $P(A)$ comme somme des probabilités des événements élémentaires composant A.

   ▹ Une probabilité P est entièrement déterminée par la donnée des probabilités des événements élémentaires. Cas de l'équiprobabilité : **probabilité uniforme**.

4. **Probabilités conditionnelles**

   ▹ Définition. Notation P_A.

   ▹ Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formule de Bayes.

5. **Indépendance**

   ▹ Indépendance de deux événements. Si $P(A) \neq 0$, A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B) = P(B)$.

   ▹ Indépendance mutuelle de n événements. Si n événements A_1, ..., A_n sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements B_i, avec $B_i = A_i$ ou $\overline{A_i}$.

Compétences attendues

- ▷ Reconnaître une situation type de dénombrement (dénombrement de listes, de listes sans répétition ou de combinaisons) ;
- ▷ Réaliser et rédiger un calcul de dénombrement.
- ▷ Justifier et rédiger un calcul de probabilité :
  - On donnera un nom aux événements ;
  - On citera précisément les résultats du cours utilisés, sans oublier de vérifier les hyptohèses ; on donne toujours la formule avant de passer à l'application numérique ;
  - Dans le cas d'une probabilité uniforme, on précisera l'univers Ω et son cardinal. Tout calcul de cardinal (dénombrement) sera justifié précisément.

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Énoncer précisément (avec les hypothèses) l'une des trois formules : Formule des probabilités composées ; Formule des probabilités totales ; Formule de Bayes.
- Démontrer que, si P est une probabilité sur Ω et que A, B sont des événements de Ω, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Donner la définition de la probabilité uniforme sur Ω et démontrer que c'est une probabilité.

Rappel des chapitres déjà vus

AN1 : Étude de fonctions	AL1 : Nombres complexes	PB1 : Probabilités sur un univers fini.
AN2 : Suites réelles	AL2 : Sommes et produits	
AN3 : Limites et continuité	AL3 : Polynômes	
	AL4 : Ensemble et applications	