

## PROGRAMME DE COLLE S10

19 AU 23 NOVEMBRE 2018

### AN3 Limites et continuité

**Prérequis :** chapitre AN1 - Étude de fonctions, fonctions usuelles

1. Toujours au programme : **Limites d'une fonction**

2. **Continuité**

- ▷ Continuité en un point, sur un intervalle. Continuité à gauche, à droite.
- ▷ Opérations sur les fonctions continues. Composition.
- ▷ Prolongement par continuité en un point.
- ▷ Fonction continue par morceaux.

3. **Fonctions continues sur un intervalle, un segment**

- ▷ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ▷ L'image d'un intervalle (respectivement un segment) par une fonction continue est un intervalle (respectivement un segment).
- ▷ Fonctions bijectives : définition, représentation graphique de la réciproque, parité de la réciproque. Théorème de la bijection continue : Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  définit une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$  que l'on peut donner. La bijection réciproque associée est elle-même continue et a le même sens de variation que  $f$ .
- ▷ Fonction arc-tangente. La dérivée a été donnée sans démonstration, elle peut être utilisée.

#### Compétences attendues

- ▷ Calculer une limite.
- ▷ Connaître les limites usuelles (dont croissances comparées et taux d'accroissement usuels).
- ▷ Reconnaître ou faire apparaître une limite usuelle.
- ▷ Connaître et utiliser les théorèmes d'existence de limites.
- ▷ Justifier qu'une fonction est continue.
- ▷ Montrer qu'une fonction peut être prolongée par continuité en un point.
- ▷ Montrer qu'une fonction réalise une bijection d'un intervalle  $I$  sur un intervalle  $J$  à déterminer.
- ▷ Connaître et utiliser les théorèmes liés à la continuité.
- ▷ Connaître et utiliser la fonction Arctan.

### AL4 Ensembles et applications

1. **Vocabulaire ensembliste.**

- ▷ Appartenance. Inclusion. Notations  $\in, \subset$ . Ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ .
- ▷ Complémentaire. Notation  $\bar{A}$ . Ensemble  $A \setminus B$ .  $\cap, \cup$ . Lois de De Morgan.
- ▷ Produit cartésien d'ensembles.

## 2. Applications

- ▷ Définition. Vocabulaire : image, antécédent. Image d'une application (notation  $f(E)$  ou  $\text{Im}(f)$ ), image d'un ensemble par  $f$  (notation  $f(A)$ ).
- ▷ Composée de deux applications. Restriction et prolongement d'une application.
- ▷ Applications injectives, surjectives, bijectives. Application réciproque.
- ▷ Une fonction strictement monotone est injective.

### COMPÉTENCES ATTENDUES

- ▷ *Savoir montrer une inclusion de deux ensembles, l'égalité de deux ensembles (par double-inclusion ou par équivalence).*
- ▷ *Déterminer l'ensemble image d'une application (pour les fonctions, on pourra utiliser le théorème de la bijection).*
- ▷ *Montrer qu'une application est bijective et déterminer son application réciproque.*
- ▷ *Montrer qu'une fonction est injective par étude des variations ; appliquer le théorème de la bijection.*
- ▷ *Montrer qu'une application est injective/surjective.*

### Info Boucles while

- ▷ Déjà vu : `input`, `disp`, instructions `if`, boucles `for`
- ▷ Boucles `while`

### Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Démontrer que toute fonction polynomiale de degré impair s'annule sur  $\mathbb{R}$ .
- Définition de la fonction Arctan et construction de son tableau de variation.
- Démontrer que la composée de deux applications injectives/surjectives est injective/surjective (au choix du colleur).
- **Informatique :**
  - Écrire un programme qui affiche le plus petit  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $u_n \leq 0,01$  avec  $u_0 = 5$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{4 + u_n} - 2$  (ou tout exemple du même type).
  - Écrire un programme qui affiche le plus grand  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $2^n \leq 10000$  (ou tout autre exemple du même type).

### Rappel des chapitres déjà vus

AN1 : Étude de fonctions  
AN2 : Suites réelles  
AN3 : Limites et continuité

AL1 : Nombres complexes  
AL2 : Sommes et produits  
AL3 : Polynômes