

PROGRAMME DE COLLE S9

12 AU 16 NOVEMBRE 2018

AN3 Limites et continuité

Prérequis : chapitre AN1 - Étude de fonctions, fonctions usuelles

1. Notion de limite

- ▷ Définitions. Unicité de la limite. Limites à droite et à gauche.
- ▷ Opérations sur les limites.
- ▷ Limite d'une composée. Si f admet une limite ℓ en x_0 et si (u_n) est une suite réelle définie sur I et tendant vers x_0 , alors $(f(u_n))$ tend vers ℓ . Application : \cos n'a pas de limite en $+\infty$.
- ▷ Limites usuelles : limites des fonctions usuelles, croissances comparées, taux d'accroissement usuels.
- ▷ Compatibilité avec la relation d'ordre.

2. Théorèmes d'existence de limites

- ▷ Existence d'une limite par encadrement, majoration ou minoration.
- ▷ Théorème de la limite monotone : Toute fonction monotone sur $]a, b[$ ($-\infty \leq a < b \leq +\infty$) admet des limites à droite et à gauche en tout point de $]a, b[$. Comportement en a et b .

3. Continuité

- ▷ Continuité en un point, sur un intervalle. Continuité à gauche, à droite.
- ▷ Opérations sur les fonctions continues. Composition.
- ▷ Prolongement par continuité en un point.
- ▷ Fonction continue par morceaux.

4. Fonctions continues sur un intervalle, un segment

- ▷ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ▷ L'image d'un intervalle (respectivement un segment) par une fonction continue est un intervalle (respectivement un segment).
- ▷ Fonctions bijectives : définition, représentation graphique de la réciproque, parité de la réciproque. Théorème de la bijection continue : Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I définit une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$ que l'on peut donner. La bijection réciproque associée est elle-même continue et a le même sens de variation que f .
- ▷ Fonction arc-tangente. La dérivée a été donnée sans démonstration, elle peut être utilisée.

Compétences attendues

- ▷ Calculer une limite.
- ▷ Connaître les limites usuelles (dont croissances comparées et taux d'accroissement usuels).
- ▷ Reconnaître ou faire apparaître une limite usuelle.
- ▷ Connaître et utiliser les théorèmes d'existence de limites.
- ▷ Justifier qu'une fonction est continue.
- ▷ Montrer qu'une fonction peut être prolongée par continuité en un point.
- ▷ Montrer qu'une fonction réalise une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J à déterminer.
- ▷ Connaître et utiliser les théorèmes liés à la continuité.
- ▷ Connaître et utiliser la fonction Arctan.

Info Boucles for

- ▷ Déjà vu : input, disp, instructions if
- ▷ Boucles for

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Déterminer la limite en $+\infty$ de $\left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$, pour $a \in \mathbb{R}^*$.
- Démontrer que la fonction cosinus n'a pas de limite en $+\infty$.
- Démontrer que toute fonction polynomiale de degré impair s'annule.
- Définition de la fonction Arctan et construction de son tableau de variation.
- **Informatique :**
 - Écrire un programme qui affiche le terme de rang n d'une suite récurrente (d'ordre 1).
 - Écrire un programme qui affiche le terme de rang n d'une somme simple (par exemple $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$) ou d'un produit (par exemple $n!$).

Rappel des chapitres déjà vus

AN1 : Étude de fonctions
AN2 : Suites réelles
AN3 : Limites et continuité

AL1 : Nombres complexes
AL2 : Sommes et produits
AL3 : Polynômes