Programme de colle S6

8 au 12 octobre 2018

AN2 Suites réelles

1. **Notion de suite**
   - ▷ Définition. Exemples de définition d'une suite : terme général explicite, par récurrence ou de manière implicite (avec le théorème de la bijection)
   - ▷ Opérations.
   - ▷ Étude qualitative : monotonie, suite majorée/minorée/bornée. Borne inférieure/supérieure. Maximum/minimum.
2. **Exemples classiques**
   - ▷ Suites arithmétiques : relation de récurrence, terme général, monotonie.
   - ▷ Suites géométriques : relation de récurrence, terme général, monotonie.
   - ▷ Suites arithmético-géométriques : définition, méthode de détermination du terme général.
   - ▷ Suites vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients réels. Équation caractéristique. Terme général.
3. **Limite d'une suite réelle**
   - ▷ Suite convergeant vers un réel ℓ. Suites divergentes. Suites divergentes tendant vers l'infini. Unicité de la limite (réelle ou infinie). Cas des suites arithmétiques et géométriques.
   - ▷ Opérations algébriques sur les suites admetttant une limite. Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.
   - ▷ Théorème d'encadrement, d'existence de limite infinie par majoration/minoration.
   - ▷ Théorème de la limite monotone.
   - ▷ Suites adjacentes. Théorème de convergence des suites adjacentes.
   - ▷ Notion de suite extraite. Si (u_n) a une limite, toutes ses suites extraites ont la même limite (en particulier la suite (u_{n+1})).
   - ▷ Comparaisons des suites (n^a), (q^n), $(\ln(n)^b)$.

Compétences attendues

- ▷ Rédiger un raisonnement par récurrence (simple ou double).
- ▷ Reconnaître/déterminer le terme général d'une suite arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ▷ Étudier la monotonie d'une suite.
- ▷ Calculer des limites.
- ▷ Démontrer que deux suites sont adjacentes.

AL2 Sommes (et produits)

1. **Définitions** : notations $\sum$, $\prod$. Factorielle.
2. **Règles de calcul**
   - ▷ Propriétés générales. Nombre de termes.

- ▷ Extraction, regroupement. Application au calcul de sommes par récurrence.
- ▷ Changement d'indice
- ▷ Télescopage.

3. **Exemples classiques à connaître**
   - ▷ $\sum_{k=1}^{n} k$ et somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. ; $\sum_{k=1}^{n} k^2$
   - ▷ $\sum_{k=0}^{n} q^k$ et somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.
   - ▷ Coefficients binomiaux : $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ si $0 \leqslant k \leqslant n$ et vaut 0 sinon. Propriétés, triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.
4. **Exemples de sommes doubles**

Compétences attendues

- ▷ Démontrer la valeur d'une somme par récurrence.
- ▷ Calculer une somme en reconnaissant une formule du cours.
- ▷ Reconnaître un télescopage.
- ▷ Utiliser un changement d'indice.

Info Calculs - Instructions conditionnelles

- ▷ Écrire un calcul en Scilab : `+, -, *, /, ^, sqrt, exp, log, cos, sin, %e, %pi, %i`
- ▷ Instruction d'entrée : `input` ; Instruction de sortie : `disp`
- ▷ Instructions conditionnelles : `if`

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Exemple du cours (pratique de la récurrence double). Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle telle que $u_0 = -3$, $u_1 = -10$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. Démontrer par **récurrence double** que :
$$\forall n \in \mathbb{N},\quad u_n = 2^n - 4\times 3^n.$$
- Donner la définition de deux suites adjacentes. Énoncer le théorème des suites adjacentes et le démontrer.
On admettra le lemme : si (u_n), croissante, et (v_n), décroissante, sont adjacentes, on a : $u_n \leqslant v_n$.
- Énoncer et démonstration de la valeur de $\sum_{k=1}^{n} k$ par récurrence.
- Énoncer et démonstration de la valeur de $\sum_{k=0}^{n} q^k$, en utilisant notamment un télescopage.
- **Informatique :** écrire un programme Scilab qui demande de saisir un réel x puis affiche sa valeur absolue (en utilisant une instruction conditionnelle), ou tout autre exemple similaire.