Programme de colle S4

24 au 28 septembre 2018

AN1 Inégalités – Étude de fonctions

1. **Étude de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles**
   - ▷ Vocabulaire : fonction, image, antécédent, courbe représentative
   - ▷ Domaine de définition. Parité, périodicité.
   - ▷ Limites et droites asymptotes
   - ▷ Fonctions monotones; utilisation de la dérivation; tangentes; dérivée d'une fonction composée.
   - ▷ Fonctions majorées / minorées / bornées. Maximum/minimum
2. **Fonctions usuelles**
   - ▷ Fonctions puissance. Définition d'une fonction polynomiale. Fonctions du second degré.
   - ▷ Fonction inverse, définition d'une fonction rationnelle.
   - ▷ Fonctions ln, exp, cos, sin, tan, racine carrée, valeur absolue, partie entière.
   - ▷ Croissances comparées, limites usuelles obtenues avec un taux d'accroissement.
   - ▷ Trigonométrie (formules)
3. **Équations - inéquations**
   - ▷ Utilisation des variations pour transformer une inégalité.
   - ▷ Théorème des valeurs intermédiaires; théorème de la bijection.
   - ▷ Équations et inéquations avec la valeur absolue.

Compétences attendues

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$.
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Montrer qu'une fonction est périodique.
- ▷ Calculer des limites. Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe.
- ▷ Justifier qu'une fonction simple est continue/dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Déterminer une tangente à une courbe.
- ▷ Étudier la postion relative de deux courbes.
- ▷ Lire les extrema éventuels sur un tableau de variation.
- ▷ Connaître et utiliser les propriétés des fonctions usuelles.
- ▷ Résoudre une équation/inéquation. Montrer une égalité/inégalité.
- ▷ Construire et utiliser un tableau de signe.
- ▷ Savoir utiliser les propriétés de monotonie des fonctions usuelles dans la résolution d'inéquations.
- ▷ Connaître et utiliser le théorème des valeurs intermédiaires/de la bijection.

AL1 Nombres complexes

1. **Nombres complexes**
   - ▷ Forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire, addition, multiplication, produit, quotient.
   - ▷ Conjugué. Propriétés
2. **Module et arguments**
   - ▷ Interprétation géométrique : plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.
   - ▷ Module d'un nombre complexe. Propriétés. Inégalité triangulaire.
   - ▷ Nombres complexes de module 1, forme trigonométrique, écriture $\mathrm{e}^{i\theta}$ ($\theta \in \mathbb{R}$). Formules de Moivre et d'Euler. Application : linéarisation d'expressions trigonométriques.
   - ▷ Argument d'un nombre complexe non nul. Formes trigonométrique et exponentielle.
   - ▷ Exemples de résolutions d'équations en utilisant la forme exponentielle : $z^2 = \alpha$, $z^n = 1$.

Compétences attendues

- ▷ Écrire un nombre complexes sous plusieurs formes.
- ▷ Manipuler des nombres complexes.
- ▷ Connaître et utiliser la trigonométrie (voir chapitre AN1).
- ▷ Linéariser une expression trigonométrique.
- ▷ Résoudre des équations simples dans $\mathbb{C}$ (en particuler, les équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{R}$).
- ▷ Résoudre une équation du type $z^n = \alpha$, avec α sous forme exponentielle.
  Remarque pour les colleurs : la méthode résolution de $z^2 = \alpha$ sous forme algébrique n'est pas attendue des étudiants. Pour un tel problème, on pourra détaillera la méthode par des questions intermédiaires.

Questions de cours

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Énoncer une définition, une propriété ou un théorème figurant dans le programme ci-dessus.
- Démontrer : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$.
- Étudier la limite en $+\infty$ de la fonction $f : x \mapsto \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$.
- Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire. *On admettra le lemme :* $\forall z \in \mathbb{C},\ \mathrm{Re}(z) \leqslant |z|$.
- Résolution de $z^n = 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.