

MATHÉMATIQUES - DEVOIR MAISON N° 3

Pour le lundi 5 novembre 2018

EXERCICE 1

1. Écrire un programme Scilab demandant à l'utilisateur un entier naturel $n \geq 2$ et affichant

$$\sum_{k=2}^n k^4.$$

2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ donnée par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(2 + u_n) + \frac{1}{2^n} \end{cases}$$

Écrire un programme Scilab qui demande de saisir un entier n puis calcule et affiche la valeur de u_n .

EXERCICE 2

Soit $P = 6X^4 + 13X^3 + 12X^2 - 2X - 4 \in \mathbb{R}[X]$. Le but de cet exercice est de factoriser P .

1. Montrer que $\frac{1}{2}$ et $-\frac{2}{3}$ sont racines de P .
2. En déduire un polynôme Q de degré 2 et de coefficient dominant 6 qui divise P .
3. Factoriser alors au maximum P dans $\mathbb{R}[X]$.

EXERCICE 3

On considère la fonction $f : x \mapsto (x + 1)e^{-\frac{1}{x}}$.

1. Déterminer sur quel ensemble f est définie et dérivable. On le notera \mathcal{D} .
2. (a) Étudier les limites de f à gauche et à droite de 0.
 (b) Peut-on prolonger f par continuité en 0? Si oui, on donnera le prolongement. Si non, on précisera s'il est tout de même possible de prolonger par continuité à gauche de 0 ou à droite de 0.
 (c) Étudier les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
 (d) Montrer que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe de f , \mathcal{C}_f , au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. On pourra poser $h = -\frac{1}{x}$.
3. Étudier les variations de f . On demande ici de répondre en français.
4. Dresser le tableau de variation complet de f .
5. Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1 .
6. Tracer l'allure de la courbe de f en faisant apparaître les réponses précédentes.