

TD AN1 - Corrigé

ADC 1

$f: x \mapsto 2x + 5$ est une fonction affine de coefficient dominant $2 > 0$, donc elle est strictement croissante sur \mathbb{R} .

Pour $x \in \mathbb{R}$,

$$2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$$

On a :

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$+\infty$
f			$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

ADC 2

$f: x \mapsto 7 - 3x$ est une fonction affine de coefficient dominant $-3 < 0$, donc elle est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

Pour $x \in \mathbb{R}$,

$$7 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$$

x	$-\infty$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$
f	$+\infty$		$-\infty$
$f(x)$	+	0	-

ADC3

$f: x \mapsto 2x^2 - 4x + 5$ est une fonction polynomiale du second degré, de coefficient dominant $a = 2 > 0$.

son discriminant est : $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 16 - 40 = -24 < 0$.

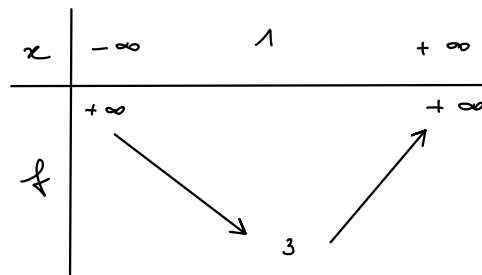
Donc $f(x)$ est du signe de $a > 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$$

Puisqu' $a > 0$, f admet un minimum en $-\frac{-4}{2 \times 2} = 1$

qui vaut $f(1) = 2 - 4 + 5 = 3$.



ADC4

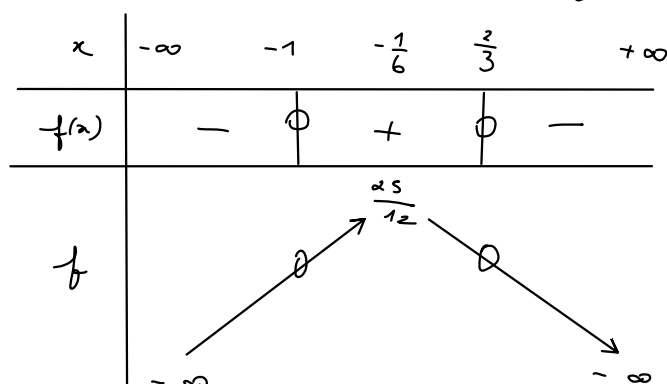
$f: x \mapsto 2 - 3x^2 - x$ est une fonction polynomiale du second degré de coefficient dominant $a = -3 < 0$. son discriminant est $\Delta = 25 > 0$.

f admet deux racines : $x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{-6} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$

et $x_2 = \frac{1 + \sqrt{25}}{-6} = \frac{6}{-6} = -1$

Il y a un maximum en $-\frac{-1}{2 \times (-3)} = -\frac{1}{6}$, qui vaut :

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{6}\right) &= 2 - 3 \times \left(-\frac{1}{6}\right)^2 - \left(-\frac{1}{6}\right) = 2 - \frac{3}{36} + \frac{1}{6} \\ &= 2 - \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{24 - 1 + 2}{12} = \frac{25}{12} \end{aligned}$$



ADC 8

$$\bullet \quad 2^x = \left(e^{\ln(2)} \right)^x = e^{x \ln(2)} \quad \text{pour } x \in \mathbb{R}.$$

$$\bullet \quad (1+x)^{3x} = \left(e^{\ln(1+x)} \right)^{3x} = e^{3x \ln(1+x)}.$$

Ceci est valable lorsque $1+x > 0$, c'est-à-dire
pour $x \in]-1, +\infty[$.

ADC 9

$$|x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ -(x^2 - 4x + 3) & \text{si } x^2 - 4x + 3 < 0. \end{cases}$$

Le discriminant de $x^2 - 4x + 3$ est $\Delta = 16 - 12 = 4 > 0$. Donc $x^2 - 4x + 3$

a deux racines : $x_1 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = 1$ et $x_2 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = 3$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 1 & 3 & +\infty \\ \hline x^2 - 4x + 3 & + & \phi & - & \phi & + \end{array}$$

Donc

$$|x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[\\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \in]1, 3[. \end{cases}$$

ADC 10

1) Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$|x+1| \leq 4 \quad \Leftrightarrow \quad -4 \leq x+1 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \quad -5 \leq x \leq 3$$

L'ensemble des solutions est $[-5, 3]$

2) Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$|2x+3| \geq 6 \quad \Leftrightarrow \quad 2x+3 \geq 6 \quad \text{ou} \quad 2x+3 \leq -6$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x \geq 3 \quad \text{ou} \quad 2x \leq -9$$

$$\Leftrightarrow \quad x \geq \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x \leq -\frac{9}{2}$$

L'ensemble des solutions est :

$$\left] -\infty, -\frac{9}{2} \right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty \right[.$$

ADC 11

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\left[x + \frac{3}{4} \right] = 2 \quad (\Leftrightarrow) \quad 2 \leq x + \frac{3}{4} < 3$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \frac{5}{4} \leq x < \frac{9}{4} .$$

d'ensemble des solutions est $\left[\frac{5}{4}, \frac{9}{4} \right[$