

TD – AL1

SYSTÈMES LINÉAIRES

Applications directes du cours

ADC 1 Résoudre les systèmes suivants. Préciser combien de solutions il y a.

$$1. \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x + 4y = y \\ 5x + 6y = x \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 3 \end{cases}$$

ADC 2 Résoudre les systèmes suivants.

$$1. \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2y + 2z = 1 \\ 4z = 1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = 1 \\ 4z = -2 \end{cases}$$

ADC 3 Résoudre les systèmes suivants avec la méthode du pivot de Gauss.

$$1. \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ x - 5y + 8z = 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 2x - y - z + t = -1 \\ 3x - 3y = 9 \\ x - z = 6 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ x + 3y - z = 1 \\ x - 5y + 6z = 6 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x - 2y + z + 3t = 0 \\ 2x + y - z + 5t = 0 \end{cases}$$

Exercices

Exercice 1 Résoudre les systèmes suivants.

$$1. x + 2y + 3z = 5. \quad 2. \begin{cases} x - y + z - t = 1 \\ x + y - z - t = -1 \\ x + y + z - t = 0 \\ x - y - z + t = 2 \end{cases}$$

Exercice 2 Les systèmes suivants contiennent un paramètre $\lambda \in \mathbb{R}$ (qui n'est pas une inconnue mais un coefficient indéterminé). Résoudre ces systèmes en fonction de la valeur de λ .

$$1. \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 5 \\ x - 2y + 3z = 2 \\ 4x - y + 4z = \lambda \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \lambda x + 2y = 0 \\ (3 - \lambda)y = 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} \lambda x + y = 1 \\ x + \lambda y = 1 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} y + z = \lambda x \\ x + z = \lambda y \\ x + y = \lambda z \end{cases}$$

Exercices d'entraînement supplémentaires

Exercice 3 Résoudre les systèmes suivants.

1.
$$\begin{cases} 7x + 3y = 3 \\ -3x - y = 7 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 4 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 4x - 8y = 4 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$$

Exercice 4 Résoudre les systèmes suivants.

1.
$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x + y + z = 2 \\ 5x - 3y + z = 1 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ -3x + 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z + t = 0 \\ -x + 2y + z - t = 0 \\ 7x + 4y + 3z + 5t = 0 \\ x + 7y + 4z = 0 \end{cases}$$

4. Trouver les $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ tels que $x + y = y + z = z + t = t + x$.