Interrogation du 07/11/2022

NOM Prénom : **/10**

Cours

1. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ /1

2. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ /1

3. $0! = ..1..$ et pour $n \in \mathbb{N}^*$, $n! = \prod_{k=1}^{n} k = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ /1

4. Pour $k, n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant k \leqslant n$, $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$ /1

5. Énoncer la formule du binôme de Newton. /1

Pour tous $a, b \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Calculs

6. Calculer $S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\sqrt{k+1} - \sqrt{k}\right)$ /1

Par télescopage, $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{1}$

$= \sqrt{n+1} - 1$

Tournez la page ➔

7. Calculer $T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{5}{4^k}$ **/2**

$\frac{5}{4^k} = 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^k$. Or $\left(5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^k\right)_{k \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique

de raison $\frac{1}{4} \neq 1$.

Ainsi, $T_n = \frac{5}{4^1} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}}$

$= \frac{5}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{\frac{3}{4}}$

$= \frac{5}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$

8. Calculer $W_n = \sum_{k=0}^{n} (3k - 5)$ **/2**

$(3k-5)_{k \in \mathbb{N}}$ est arithmétique de raison 3.

Ainsi, $W_n = \frac{(3 \times 0 - 5) + (3 \times n - 5)}{2} \times (n+1)$

$= \frac{(3n - 10)(n+1)}{2}$

ou, par linéarité de la somme :

$W_n = 3 \sum_{k=0}^{n} k - \sum_{k=0}^{n} 5$

$= 3 \frac{n(n+1)}{2} - 5(n+1)$

$= \frac{(3n - 10)(n+1)}{2}$