Interrogation du 15/11/2021

NOM Prénom : **/10**

1. Pour $q \in \mathbb{R}$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k = \begin{cases} n+1 & \text{si } q = 1 \\ \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$ **/2**

2. Simplifier : $\dfrac{(n+1)!}{n!} = \dfrac{(n+1)\, n!}{n!} = (n+1)$ **/1**

3. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$ **/1**

$S_n = \dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{n+1}$ par télescopage

$S_n = 1 - \dfrac{1}{n+1}$

4. Calculer $W_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (k - 3k^2)$ **/2**

$W_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k - 3 \sum_{k=1}^{n} k^2$ par linéarité

$= \dfrac{n(n+1)}{2} - 3\,\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \dfrac{n(n+1)(1-(2n+1))}{2}$

$= \dfrac{2n^2(n+1)}{2}$

$= n^2(n+1)$

Tournez la page ➔

5. Écrire un programme python qui calcule $S = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k}$. **/2**

```
S = 0
for k in range(1, 101) :
    S = S + 1/k
print(S)
```

6. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = u_n + 4n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. **/2**
Écrire un programme python qui détermine le plus petit entier $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \geqslant 1000$.

```
u = 3
n = 0
while u < 1000 :
    u = u + 4*n
    n = n + 1
print(n)
```