Interrogation du 04/10/2021

NOM Prénom : **/10**

Calculs

1. Déterminer le terme général de $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ donnée par $w_1 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ w_{n+1} = w_n - 3$. /1

$(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmétique de raison -3 donc

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, $w_n = w_1 + (n-1)\times(-3) = 7 - 3n$

2. Déterminer le terme général de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par $u_0 = 10$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 8 - 3u_n$. /3

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmético-géométrique.

* Soit $x \in \mathbb{R}$. $x = 8 - 3x \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

* Posons, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2$. On a : $u_n = v_n + 2$

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 2 \\ &= 8 - 3u_n - 2 \\ &= 6 - 3(v_n + 2) \\ &= 6 - 3v_n - 6 \\ v_{n+1} &= -3v_n \end{aligned}$$

Donc $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison -3 et de premier terme $v_0 = u_0 - 2 = 10 - 2 = 8$.

* Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$v_n = 8 \times (-3)^n$

et donc $\boxed{u_n = 8 \times (-3)^n + 2}$

Tournez la page ➔

3. Calculer la limite de la fonction $g\colon x \mapsto 8x^2 - e^x + 3$ en $+\infty$. /1

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$g(x) = 8x^2 - e^x + 3 = e^x \left(8 \frac{x^2}{e^x} - 1 + \frac{3}{e^x} \right)$

Or $\frac{x^2}{e^x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$ par croissance comparée et $e^x \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$.

Par somme et produit :

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty.$$

4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes : /2

$$f_1(x) = \exp(x - 2x^3); \qquad f_2(x) = \sqrt{\ln(x)}$$

* $f_1(x) = \exp(u(x))$ avec $u(x) = x - 2x^3$
  $u'(x) = 1 - 2 \times 3x^2 = 1 - 6x^2$

Donc $f_1'(x) = u'(x) \exp(u(x)) = (1 - 6x^2) \exp(x - 2x^3)$

* $f_2(x) = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = \ln(x)$
  $u'(x) = \frac{1}{x}$.

Donc $f_2'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{\ln(x)}} = \frac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$.

Informatique

5. Définir une variable a valant 18 puis écrire le calcul $\dfrac{2,1 + 3^4}{8a}$ en langage python. /1,5

```
a = 18
(2.1 + 3**4)/(8*a)
```

6. Compléter la **fonction** python appelée **valeur_absolue(x)** qui, étant donné un réel x, renvoie la valeur de $y = |x|$ calculée en utilisant une instruction if. /1,5

```
def valeur_absolue(x):
    if x >= 0 :
        y = x
    else :
        y = -x
    return y
```