Interrogation du 27/09/2021

NOM Prénom : **/10**

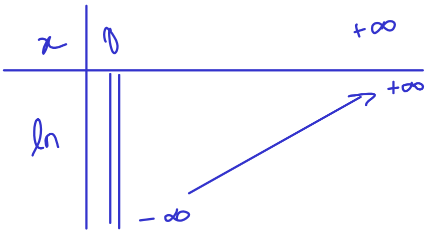
Cours

1. Donner la définition de la fonction valeur absolue : **/1**

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

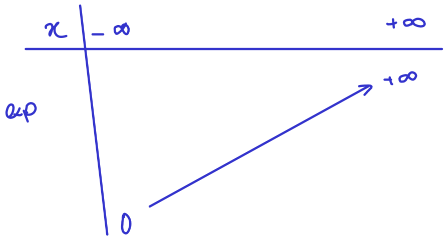
2. Fonction ln **/1,5**

Tableau de variation complet (avec les limites).



3. Fonction exp **/1,5**

Tableau de variation complet (avec les limites).



Calculs

4. Calculer la limite de la fonction $g\colon x \mapsto e^{2x} - 3x + 5$ en $+\infty$. **/2**

On a une forme indéterminée (« $+\infty - \infty$ »). On factorise par le terme dominant, ici e^{2x} :

Soit $x \in \mathbb{R}$.
$$f(x) = e^{2x} - 3x + 5$$
$$= e^{2x}\left(1 - 3\times\frac{x}{e^{2x}} + \frac{5}{e^{2x}}\right)$$

Or $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$ par croissance comparée.

Ainsi $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - 3\times\frac{x}{e^{2x}} + \frac{5}{e^{2x}}\right) = 1$ puis, par produit :

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$$

Tournez la page ➔

5. Calculer les dérivées des fonctions suivantes. *On ne demande pas de trouver l'ensemble de dérivabilité.* **/3**

$$f_1(x) = \frac{2x-1}{3x^2+1}; \qquad f_2(x) = \ln(1-x^3); \qquad f_3(x) = \sqrt{5-x}.$$

$*$ $f_1(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 2x-1$, $u'(x) = 2$; $v(x) = 3x^2+1$, $v'(x) = 3\times 2x = 6x$

Ainsi,

$$f_1'(x) = \frac{u'(x)\times v(x) - u(x)\times v'(x)}{(v(x))^2} = \frac{2(3x^2+1) - (2x-1)\times(6x)}{(3x^2+1)^2}$$

$$= \frac{-6x^2+6x+2}{(3x^2+1)^2}$$

$*$ $f_2(x) = \ln(u(x))$ avec $u(x) = 1-x^3$, $u'(x) = -3x^2$.

Ainsi, $f_2'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)} = \dfrac{-3x^2}{1-x^3}$.

$*$ $f_3(x) = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = 5-x$, $u'(x) = -1$

Ainsi $f_3'(x) = \dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \dfrac{-1}{2\sqrt{5-x}}$.

6. Simplifier au maximum. **/1**

$A(x) = \dfrac{\frac{4}{5}x}{2^4\sqrt{x}}$ pour $x > 0$.

$$= \frac{4}{5}x \times \frac{1}{2^4\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2^2\sqrt{x}\times\cancel{\sqrt{x}}}{5\times 2^4\times\cancel{\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{5\times 2^{4-2}}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{5\times 2^2}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{20}.$$