

Programme de colle S28 et S29

8 au 19 mai 2023

Programme valable deux semaines

PB3 Espaces probabilisés quelconques

1. Pré-requis : séries numériques. Les séries à connaître : géométriques et leurs dérivées première et seconde, exponentielles et savoir utiliser un télescopage.
2. Révisions : chapitre PB1 (probabilités sur un univers fini)
3. **Espaces probabilisables - événements**

▷ Événements $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n, \bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$.

▷ Système complet d'événements $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

4. Probabilités

▷ Définition : une probabilité est une application P définie sur l'ensemble des événements \mathcal{A} à valeurs dans $[0, 1]$, telle que :

– $P(\Omega) = 1$;

– pour toute famille $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles, la série $\sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n)$

converge et $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$.

- ▷ Propriétés de base des probabilités. **Pas de limite monotone.**
- ▷ Probabilités conditionnelles. Formules des probabilités totales, des probabilités composées, de Bayes.
- ▷ Indépendance. Indépendance mutuelle.

Méthodes du chapitre

- ▷ Exprimer un événement sous forme d'unions/intersections finies d'événements plus simples puis calculer sa probabilité (comme en PB1).
- ▷ Nouveauté : Calculer des probabilités du type $P\left(\bigcup_{k=0}^{+\infty} A_k\right)$ où les A_k sont deux à deux incompatibles.
Pas de limite monotone donc pas de calcul direct de probabilité d'une intersection infinie.
- ▷ Savoir utiliser la formule des probabilités totales (avec éventuellement un système complet infini.)

AN10 Primitives

1. Primitives d'une fonction sur un intervalle

- ▷ Notion de primitive. Deux primitives d'une fonction diffèrent d'une constante. Primitive d'une combinaison linéaire.
- ▷ Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I .
- ▷ Primitives usuelles. Reconnaître la dérivée d'une composée.

Pas d'intégrales. Les fonctions trigonométriques (et associées) sont hors programme.

Méthodes du chapitre

- ▷ Montrer qu'une fonction donnée est une primitive de f sur I .
- ▷ Justifier qu'une fonction f admet des primitives sur I (continuité).
- ▷ Déterminer une primitive d'une fonction : connaître les primitives usuelles, reconnaître/faire apparaître la dérivée d'une composée.
- ▷ Déterminer l'ensemble des primitives d'une fonction f sur I .

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours.
- [Exemple du cours] Donner une primitive de $x \mapsto \sqrt{x}$ sur \mathbb{R}_+ et justifier que le résultat donné est bien dérivable en 0.
- [Exemple du cours] Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{1}{x(x+1)}$ sur $]0, +\infty[$.
- [Exemple du cours] Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{x}{x+1}$ sur $] -1, +\infty[$.

Pas de colle la semaine du 22 mai.