

## Programme de colle S25

3 au 7 avril 2023

### AL6 Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

Prérequis : résolution de systèmes linéaires

1. **L'espace vectoriel  $\mathbb{R}^n$ .** Addition et multiplication par un réel. Combinaison linéaire.

2. **Sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^n$**

- ▷ Définition. Si  $F$  et  $G$  sont des sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^n$ ,  $F \cap G$  l'est aussi.
- ▷ Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.

3. **Familles de vecteurs**

- ▷ Familles génératrices d'un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$ .
- ▷ Familles libres. Familles liées. Cas d'une famille contenant un seul vecteur.
- ▷ Bases. Base canonique de  $\mathbb{R}^n$ .

#### Méthodes du chapitre

On se limitera à des exercices dans  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  ou  $\mathbb{R}^4$ .

- ▷ Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$
- ▷ Montrer qu'une famille est libre.
- ▷ Montrer qu'une famille donnée est génératrice/une base de  $\mathbb{R}^n$ .
- ▷ Déterminer une base d'un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$  donné par des équations.
- ▷ Déterminer une base d'un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$  donné sous forme paramétrique.
- ▷ Trouver un système d'équations linéaires définissant un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$  donné sous la forme d'un Vect.

### AN9 Séries numériques

1. **Notion de série**

- ▷ Série de terme général  $u_n$ . Sommes partielles associées.
- ▷ Convergence d'une série, somme d'une série convergente. Si  $\sum u_n$  converge alors  $(u_n)$  tend vers 0. Divergence grossière.
- ▷ Combinaison linéaire de séries convergentes. Multiplier par un réel non nul ne change pas la nature de la série.
- ▷ Exemples de séries télescopiques.
- ▷ Si  $u_n \geq 0$  pour tout  $n$ , alors sa suite des sommes partielles est croissante.

2. **Séries usuelles**

- ▷ Séries géométriques, dérivées première et seconde.
- ▷ Séries exponentielles.

**Méthodes du chapitre**

- ▷ Repérer une série usuelle.
- ▷ Montrer qu'une série diverge grossièrement.
- ▷ Montrer qu'une série converge/diverge en calculant les sommes partielles.

**Questions de début de colle**

*La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :*

- Toute définition, tout résultat et tout énoncé de théorème doit être connu et peut faire l'objet d'une question de cours.
- [Exemple du cours] Étudier la nature et donner, le cas échéant, la somme de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n(n+1)}$ .
- [Exemple du cours] Donner (en justifiant) un contre-exemple montrant que la réciproque de la propriété « si la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n$  converge, alors  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tend vers 0 » est fausse.
- [Exemple du cours] Étudier la nature et donner, le cas échéant, la somme de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{n+1}{2^n}$ .