

Programme de colle S8

18 au 22 octobre 2021

AN2 Suites réelles (fin du chapitre)

Le début du chapitre a déjà été évalué en colle mais reste au programme cette semaine.

1. **Raisonnement par récurrence** (simple, double)
2. **Notion de suite**
 - ▷ Définition. Représentation graphique. Monotonie, suite majorée/minorée/bornée.
3. **Exemples classiques**
 - ▷ Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
 - ▷ Suites récurrentes linéaires d'ordre deux : détermination du terme général **uniquement dans le cas où $\Delta \geq 0$** .
4. **Limite éventuelle d'une suite**
 - ▷ Notion de convergence, de suite tendant vers $\pm\infty$.
La connaissance des définitions rigoureuses (« $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \dots$ ») n'est pas attendue des étudiants.
 Unicité de la limite.
 - ▷ Limites usuelles : suites géométriques, croissances comparées. Calcul de la limite d'une suite par opérations.
 - ▷ Passage à la limite dans une inégalité.
 - ▷ Exemples de suites extraites : $(u_{n+1}), (u_{n+2}), (u_{2n}), (u_{2n+1})$.
 Si (u_n) admet une limite, alors ces suites ont également cette même limite.
 Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, alors (u_n) a également cette limite.
 - ▷ Théorème d'existence de limite par encadrement, par majoration, par minoration.
 - ▷ Théorème de la limite monotone. **Pas de borne inf/borne sup.**
 - ▷ Suites adjacentes.

Méthodes du chapitre

- ▷ Rédiger un raisonnement par récurrence (simple ou double).
- ▷ Étudier la monotonie d'une suite.
- ▷ Reconnaître/déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique, d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre deux (avec $\Delta \geq 0$).
- ▷ Calculer la limite d'une suite connaissant son terme général.
- ▷ Démontrer qu'une suite converge par application du théorème de la limite monotone.
- ▷ Suite récurrente d'ordre 1 dont on a prouvé la convergence : savoir calculer la limite en passant à la limite dans la relation de récurrence.
Pour résumer : connaître les méthodes utilisées dans l'exercice 3 du TD.
- ▷ **Méthode plus difficile** : démontrer par l'absurde qu'une suite récurrente monotone tend vers $\pm\infty$.

AL1 Systèmes linéaires

1. Généralités

- ▷ Définition d'un système linéaire, solution, système homogène.
- ▷ Un système linéaire admet 0, 1 ou une infinité de solution.

2. Algorithme du pivot de Gauss

- ▷ Opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ ($i \neq j$).
- ▷ Exemples de résolutions de systèmes linéaires par pivot de Gauss.

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir résoudre un système linéaire (max 4 inconnues).
- ▷ Savoir écrire l'ensemble des solutions, notamment dans le cas où il y a une infinité de solutions.

Info Calcul, fonctions, instruction if, boucles for

Le langage utilisé est python. Nous n'avons pas manipulé input.

1. **Calculs de base** (+, -, *, **, /)
2. Affichage avec print
3. **Définir une fonction** python. Utilisation de return.
4. Fonctions usuelles avec numpy : `import numpy as np` → `np.exp`, `np.log`, `np.sqrt`, `np.abs`, `np.floor`
5. **Instruction if**.
6. **Boucle for** : déterminer le terme de rang n d'une suite récurrente d'ordre 1.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Toute définition ou propriété du cours peut être demandée : définition d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique ; monotonie d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique ; limite éventuelle de $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$; énoncé du théorème de la limite monotone ; définition de suites adjacentes ; énoncé du théorème des suites adjacentes.
- (ADC9) Déterminer la limite de $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$.
- (ADC9) Déterminer la limite de $u_n = \frac{2^n - 3^n}{n^5 + 3^n}$.
- (Vu en TP d'informatique) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n - 3n$. Écrire une fonction python qui, étant donné $n \in \mathbb{N}$, renvoie la valeur de u_n .
Le colleur pourra modifier la suite pour correspondre par exemple à un exercice donné.