

Programme de colle S6

4 au 8 octobre 2021

AN1 Étude de fonctions

1. **Fonctions usuelles** : puissances (entières, réelles), inverse, racine carrée, ln, exp.
2. **Étude de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles**
3. **Compléments**
 - ▷ Fonction majorée, minorée, bornée, minimum, maximum
 - ▷ Tangente à la courbe d'une fonction en un point où elle est dérivable.
 - ▷ Utilisation des variations (strictes) pour manipuler une inégalité.
 - ▷ Valeur absolue, partie entière : les étudiants doivent connaître la définition et l'allure de la courbe de ces fonctions.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Calculer une limite.
- ▷ Justifier qu'une fonction **simple** est dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Déterminer l'équation d'une tangente à la courbe.
- ▷ Transformer une inégalité grâce à la stricte croissance ou décroissance d'une fonction.
- ▷ Résoudre une inéquation du type $|f(x)| \leq k$, $|f(x)| \geq k$ avec k constante positive.

AN2 Suites réelles (début)

1. **Raisonnement par récurrence** (simple, double)
2. **Notion de suite**
 - ▷ Définition. Exemples de définition d'une suite : terme général explicite ou par récurrence.
!! Note aux colleurs : pas de suite implicite.
 - ▷ Représentation graphique : nuage de point pour une suite explicite; méthode pour construire graphiquement les premiers termes d'une suite récurrente d'ordre 1.
 - ▷ Étude qualitative : monotonie, suite majorée/minorée/bornée.
3. **Exemples classiques**
 - ▷ Suites arithmétiques et géométriques : relation de récurrence, terme général, monotonie.
 - ▷ Suites arithmético-géométriques : définition, détermination du terme général.

Méthodes du chapitre

- ▷ Rédiger un raisonnement par récurrence (simple ou double).
- ▷ Étudier la monotonie d'une suite.
- ▷ Reconnaître/déterminer le terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique ou d'une suite arithmético-géométrique.

Info Calcul, fonctions, instruction if

Le langage utilisé est python. Nous n'avons pas manipulé input.

1. **Calculs de base** (+, -, *, **, /)
2. Affichage avec print
3. **Définir une fonction** python. Utilisation de return.
4. Fonctions usuelles avec numpy : `import numpy as np` → `np.exp`, `np.log`, `np.sqrt`, `np.abs`, `np.floor`
5. **Instruction if.**

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Toute définition ou propriété du cours peut être demandée.
- Démontrer que pour tout réel $x > 0$, $\ln(x) \leq x$.
- (Exemple du cours) Résoudre l'inéquation $\sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2-3x+2}$.
- (Exemple du cours) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1 + \ln(u_n)$. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 1$.
- (Exemple du cours) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$. Démontrer par récurrence double que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 + 2^n$.
- (Informatique) Écrire une fonction `second_degre(a, b, c)` qui, étant donnés trois réels a, b, c ($a \neq 0$), renvoie les solutions réelles de $ax^2 + bx + c = 0$.