

Programme de colle S5

27 septembre au 1^{er} octobre 2021

La colle débutera par une question de cours (voir à la fin du programme).

Calculs, équations, inéquations

Méthodes du chapitre

- ▷ Savoir mener un calcul avec des fractions, des puissances.
- ▷ Manipuler des inégalités simples.
- ▷ Résoudre une (in)équation du premier degré, du second degré (dans \mathbb{R}).
- ▷ Résoudre une équation en factorisant. Résoudre une équation-quotient.
- ▷ Résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signe.

AN1 Étude de fonctions

1. Fonctions usuelles

- ▷ Fonctions puissance. Définition d'une fonction polynomiale. Fonctions affines et du second degré.
- ▷ Fonction inverse, définition d'une fonction rationnelle.
- ▷ Fonction racine carrée.
- ▷ Fonctions ln et exp. Croissances comparées.
Comparaisons globales à $x \mapsto x : \forall x > 0, \ln(x) \leq x. \forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x$.
- ▷ Puissances réelles : étude des fonctions $x \mapsto x^a$ pour $a \in \mathbb{R}$. Pour $x > 0, \sqrt{x} = x^{1/2}$.
Généralisation des croissances comparées.

!! Note aux colleurs : pas de cosinus, sinus, tangente.

2. Étude de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

- ▷ Vocabulaire : image, antécédent, opérations : somme, combinaison linéaire, produit, puissance constante, quotient, composée.
- ▷ Ensemble de définition.
- ▷ Parité. Définition et conséquence géométrique.
- ▷ Calculs de limites simples, asymptotes horizontales et verticales.
Utilisation de la parité pour le calcul des limites.

!! Note aux colleurs : pas de taux d'accroissement, pas d'asymptote oblique.

- ▷ Fonctions monotones ; utilisation de la dérivation ; dérivée d'une fonction composée.
- ▷ Exemples d'étude de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$. Nous avons traité $x \mapsto (2+x)^x$ en classe.

3. Compléments

- ▷ Fonction majorée, minorée, bornée, minimum, maximum
- ▷ Tangente à la courbe d'une fonction en un point où elle est dérivable.
- ▷ Utilisation des variations (strictes) pour manipuler une inégalité.
- ▷ Valeur absolue, partie entière : les étudiants doivent connaître la définition et l'allure de la courbe de ces fonctions.

Méthodes du chapitre

- ▷ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ▷ Mise sous forme exponentielle de fonctions du type $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ (puissance variable).
- ▷ Étudier la parité d'une fonction.
- ▷ Calculer une limite.
- ▷ Justifier qu'une fonction **simple** est dérivable, par opérations sur les fonctions usuelles.
- ▷ Calculer une dérivée (notamment d'une fonction composée), étudier les variations.
- ▷ Déterminer l'équation d'une tangente à la courbe.
- ▷ Transformer une inégalité grâce à la stricte croissance ou décroissance d'une fonction.
- ▷ Résoudre une inéquation du type $|f(x)| \leq k$, $|f(x)| \geq k$ avec k constante positive.

Questions de début de colle

La colle débutera par une ou plusieurs questions de cours dans la liste ci-dessous :

- Propriétés classiques des fonctions usuelles (ensemble de définition, de dérivabilité, variations, limites, parité, allure de la courbe, etc.).
- Démontrer que pour tout réel $x > 0$, $\ln(x) \leq x$.
- (Exemple du cours) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ puis montrer qu'elle est impaire.
- (Exemple du cours) Limites de $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ aux bornes de son ensemble de définition $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$. On pourra admettre la parité.
- (Exemple du cours) Résoudre l'inéquation $\sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2-3x+2}$.