

## Programme de colle S14

13 au 17 décembre 2021

### PS2 Probabilité sur un univers fini

#### 1. Univers - Événements

- ▷ Univers  $\Omega$  (fini non vide). Événements. Opérations, événements incompatibles.
- ▷ Système complet d'événements : une famille finie d'événements  $(A_1, \dots, A_n)$  est un système complet si elle vérifie les conditions deux suivantes :
 
$$\forall (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket, \quad i \neq j, \quad A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{et} \quad \bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$$

#### 2. Notion de Probabilité

- ▷ Définition d'une probabilité : Une probabilité est une application de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  et vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et  $\forall (A, B) \in \mathcal{P}(\Omega)^2$  incompatibles,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  ( $P$  est additive).
- ▷ Propriétés : probabilité d'une union d'événements deux à deux incompatibles. Si  $(A_1, \dots, A_n)$  est un système complet d'événements,  $\sum_{k=1}^n P(A_k) = 1$ . Formules donnant :  $P(\bar{A})$ ,  $P(A \setminus B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cup B \cup C)$ . Calcul de  $P(A)$  comme somme des probabilités des événements élémentaires composant  $A$ .
- ▷ Cas de l'équiprobabilité : probabilité uniforme.  
**Cette partie demande de connaître la partie sur les ensembles finis du chapitre AL3 (dénombrements, coefficients binomiaux, formule du binôme, etc.)**

#### 3. Probabilité conditionnelle

- ▷ Définition de  $P_B(A)$
- ▷ Formule des probabilités composées
- ▷ Formule des probabilités totales
- ▷ Formule de Bayes

#### 4. Indépendance

- ▷ Définition de l'indépendance de deux événements puis de l'indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

#### Méthodes du chapitre

- ▷ Justifier et rédiger un calcul de probabilité, dans le cadre d'une **probabilité uniforme** sur  $\Omega$  :
  - reconnaître une situation d'équiprobabilité ;
  - préciser l'univers  $\Omega$  et son cardinal ;
  - tout calcul de cardinal (dénombrement) sera justifié précisément.
- ▷ Justifier et rédiger un calcul de probabilité en général.

**Info** **Listes**

1. Créer une liste (directement ou avec un for)
2. Parcourir une liste : calcul de la somme/moyenne des éléments, recherche d'un élément, recherche du maximum/minimum

**Questions de début de colle**

*La colle débutera par une ou plusieurs questions dans la liste ci-dessous :*

- **Cette semaine, la colle commencera forcément par :**
  - Une définition ou un énoncé de théorème (voire deux).
  - Puis, une question d'informatique dans la liste suivante : algorithmes classiques sur les listes (fonctions sum, min, max,.. interdites).
    - \* Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite récurrente d'ordre 1 (qui sera précisée par le colleur). Écrire un programme qui crée la liste  $[u_0, u_1, \dots, u_n]$ , pour  $n \in \mathbb{N}$  donné.
    - \* Écrire une fonction qui détermine la moyenne des éléments d'une liste  $L$ .
    - \* Écrire une fonction qui détermine le maximum d'une liste  $L$ .
    - \* Écrire une fonction qui détermine le minimum d'une liste  $L$ .
  - Puis, éventuellement, une démonstration/un exercice dans ce qui suit.
- (Démonstration)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$  et  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ .
- (Exemple du cours) On tire au hasard une main de 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. Déterminer la probabilité de l'événement  $B$  : « la main contient au moins un As ». *La réponse doit contenir une rédaction complète, avec la modélisation.*